2021年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

（全１６ページ）
（２００点）

注意事項

(1) 次の配布物が正しく配られていることを確認すること。
　問題冊子　１冊
　解答用紙　２枚

(2) この問題冊子には，合計８題が出題されている。

問題１　地質学　　**問題２　古環境学・古生物学**　　**問題３　岩石学・鉱物学**
問題４　化学　　**問題５　熱力学**　　**問題６　力学**
問題７　電磁気学　　**問題８　物理数学**

(3) **第１志望・第２志望ともに**，岩石循環科学，地球進化史，古環境学，惑星系形成進化学，有機宇宙地球化学，無機生物圏地球化学，地球惑星物質科学，地球外物質学，地球惑星博物学の各研究グループを志望する受験生は，８問題のなかから任意に２問題を選択すること。

(4) **第１志望または第２志望で**，太陽地球系物理学，宇宙地球電磁気学，大気流体力学，気象学・気候力学，地球深部物理学，地球内部ダイナミクス，観測地震・火山学の各研究グループを志望する受験生は，**問題５～問題８**（上記の下線を引いた問題）のなかから少なくとも１問題を含む，合計２問題を選択すること。下線を引いた問題以外から２問題を選択した場合は，無効（０点）とするので注意すること。

(5) 解答は，問題毎に別の解答用紙を用い，枠内に記入すること（裏面使用可）。

(6) 二枚の解答用紙にそれぞれ，受験番号，氏名，選択した問題の番号を記入すること。

(7) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題１　地質学　（100 点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１　次の文章を読んで，設問（1）～（6）に答えよ。

岩石に働く応力は，ある面に対して直交する応力（ A ）と平行な応力（ B ）に分けられる。この関係を簡潔に表す図表がモールダイアグラム(図１)である。これを使うと地層や岩石の破壊条件や断層活動についてわかりやすく解釈できる。岩石の破壊は，モール円が破壊曲線に接した時におこる。モール円の直径の値は（ C ）と呼ばれ，破壊を考えるときに重要である。

一方，流体は，容器の形に合わせて自由に形を変えられる。しかし，流体にはその変形（流動）に対する抵抗性があり，そのことを（ D ）と呼ぶ。流体はそれぞれ特定の密度を持つもので，流体の運動特性は（ D ）と密度で表せる。流れには２種類あり（図２)，（ E ）は一直線に一定の速さで流れる。一方，（ F ）は渦を巻きながら流れ，速度も瞬間的に大きく変化する。

水の流れで粒子が運搬され堆積する時，流れの様式により地層の形態(ベッドフォーム)が変化する。流れの様式を区分する場合，<u>フルード数（*Fr*）</u>が有効である。

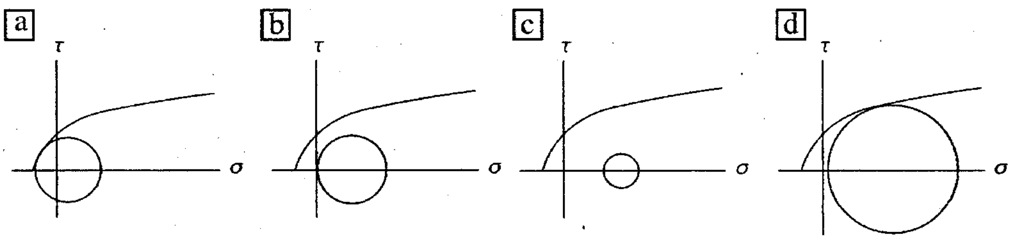


図１　モールダイアグラム

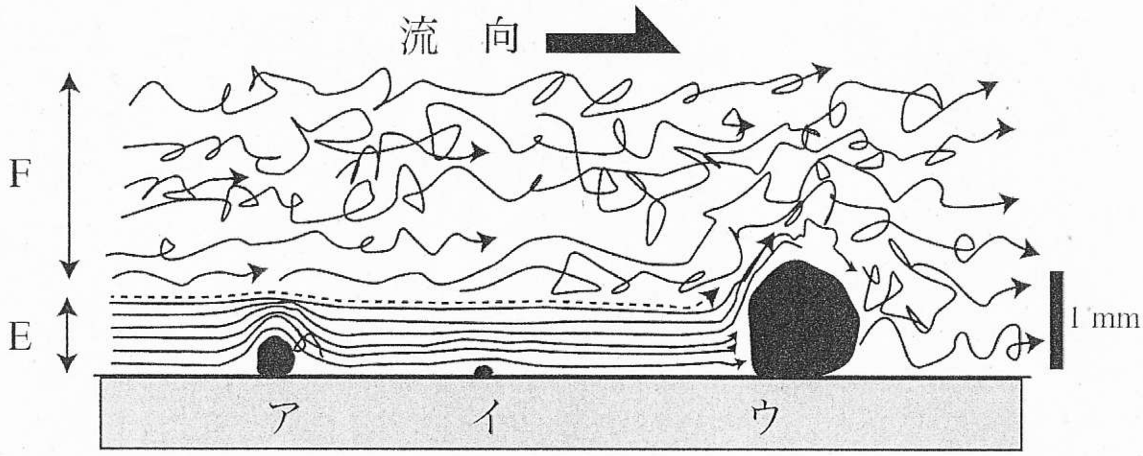
（1）（ A ）～（ F ）に当てはまる用語を下記から選択せよ。

粘性，層流，乱流，垂直応力，剪断応力，破壊応力，平行応力，
差応力，破壊曲線，降伏曲線，変形曲線，クリープ，破壊点，降伏点

（2）（ B ）の値が０の場合，モール円の最大値と最小値の名称を記せ。

（3）図１のモール円で，最小の力で破壊が起こっている状態を示しているものを **a～d** の中から選び，具体的にどのような応力場であるか，簡潔に説明せよ。

（ 次ページに続く ）



(保柳ほか 2004 を改訂)

図２　水路の底における粒子と流れの構造を示す断面
(E, F は本文中の E, F にそれぞれ対応する。)

(４) 図２の E 部にある石英粒子 ア，イ，ウ のうち，粒子が停止した状態から速度を徐々に上げていったときに，最初に浮遊し流れるものを選び，その理由を説明せよ。

(５) フルード数(Fr)について以下の記号を用いて説明せよ。

U: 運動に伴う速度 (m/s)　L: 水深 (m)　g: 重力加速度 (m/s^2)

(６) フルード数が１より大きい場合にはどのようなベッドフォームを作るか。図を使って説明せよ。

(次ページに続く)

問２ Ｚ地域にて石油の分布を解明するために，地図の５カ所にて垂直掘削を行い，それぞれの掘削コアから傾斜を考慮した柱状図(**図３**)を作成した。以下の設問（１）～（３）に答えよ。なお，Ｚ地域では表層では地層の走向傾斜を測定しており，地層の側方への厚さの変化は見られなかった。

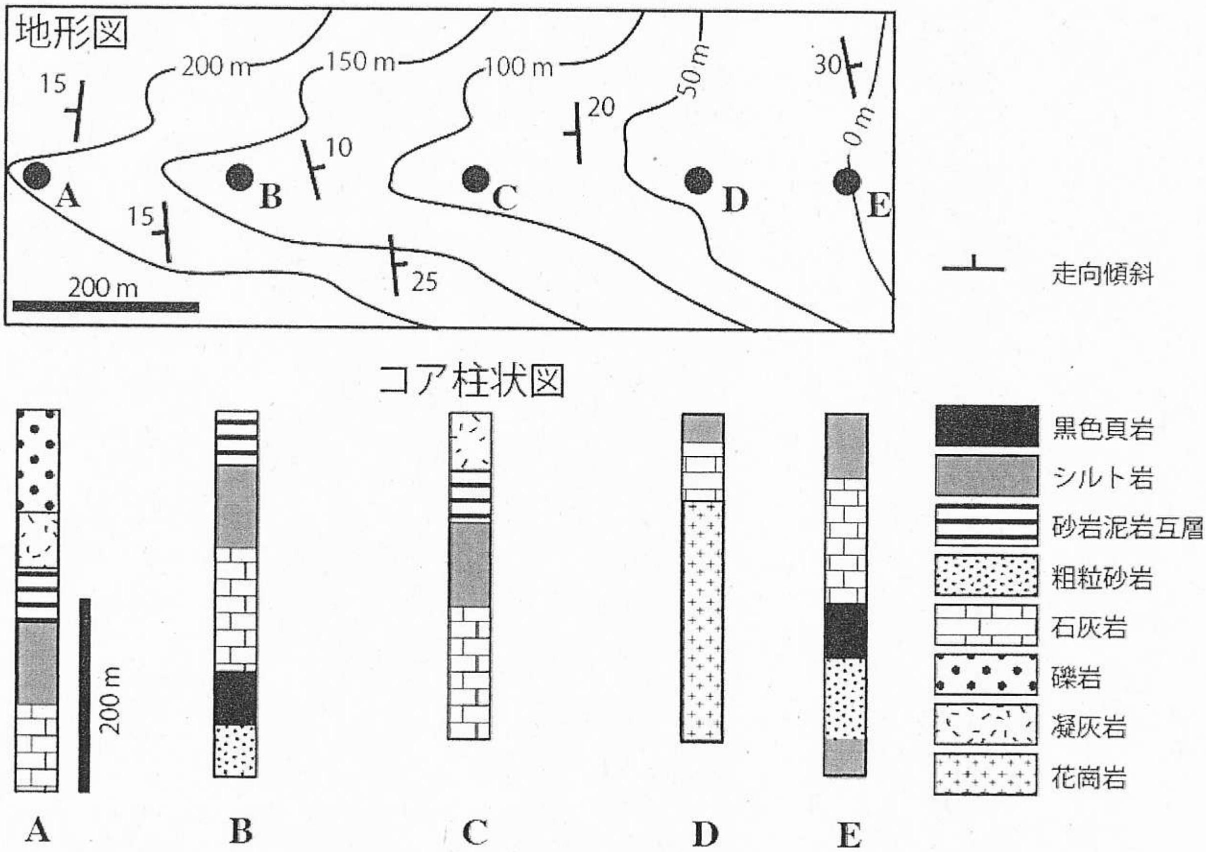


図３ Ｚ地域の地形図と掘削コアから作成した柱状図

（１） 掘削コアから得られた地層から，Ｚ地域の総合柱状図を作成せよ。

（２） 総合柱状図の全層厚は何メートルになるか，以下の値から選べ。

200 m, 400 m, 600 m, 900 m, 1200 m

（３）Ｚ地域で石油採掘するのに最も適した地質構造をもつ地点を **A～E** から１つ選べ。 また，その理由を述べよ。

問題２　古環境学・古生物学（100点）

以下の問い（**問１，問２**）に答えよ。

問１　次の文章を読み，設問（１）～（３）に答えよ。

下の図１は化石記録にみられる海洋動物群の生態変化の一例である。そこでは，系統が異なる動物群の間でほぼ同じタイミングで新しい生活様式が現れ，同時に既存グループの生態が大きく変化している。例えば白亜紀にはカニ類（c）が出現するが，それとほぼ同時代（斜線部）に，殻形態が従来の巻貝（a）と著しく異なるタカラガイ類（b）が出現する。またウミユリ類（d）は，この時代に生息場所を大きく変えている。

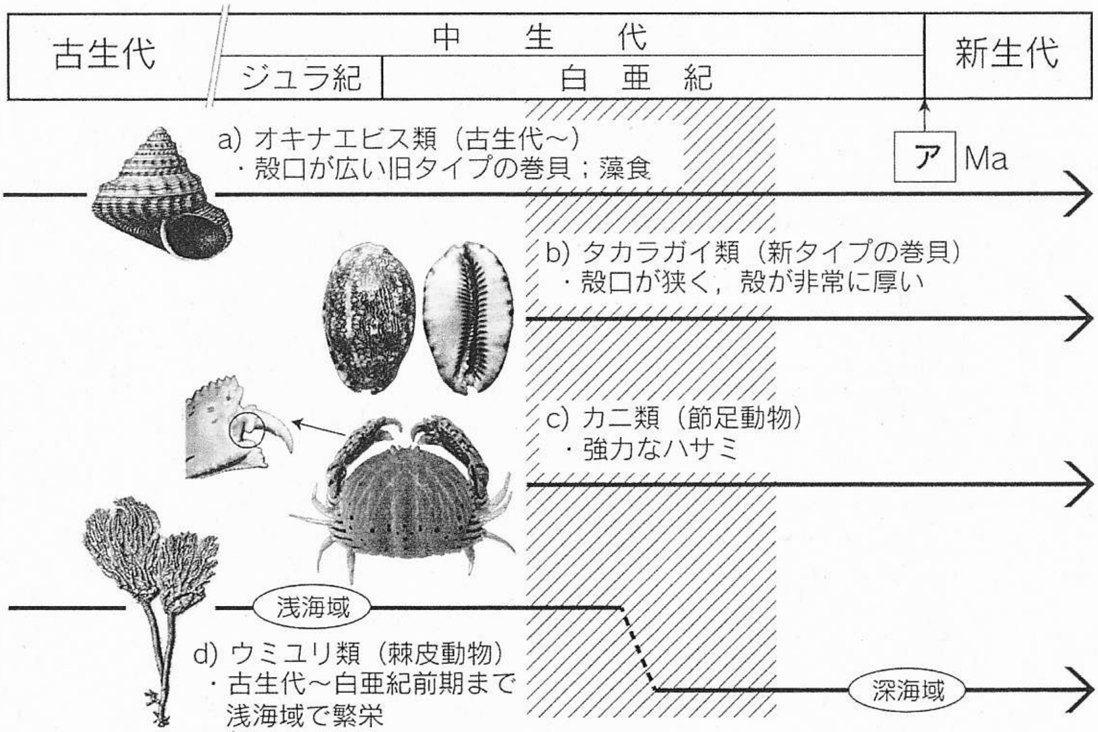


図１　海洋動物群の生態変化の例　a) と b)は軟体動物。

<出典>a, d: British Museum (Natural History) (1975); b, c: 学研生物図鑑（1983）

（１）米国の盲目の古生物学者 G. Vermeij が，図１の変化を説明するために提唱した仮説の名称を記せ。また，その仮説の内容を簡潔に説明せよ。

（２）この変化に関連して，斜線部の時代に新たな生活様式を確立し，そののち繁栄した動物群の名称を下からひとつ選んで答えよ。

ベレムナイト，　水管を持つ内生二枚貝，　三角貝，　魚竜

（　次ページに続く　）

（３）前ページの図１中の $\boxed{ア}$ に入る数値（単位：Ma）を記せ。また，斜線部の時代の地球環境について簡潔に説明せよ。

問２　次の９つの用語から４つを選び，その内容や意義を簡潔に説明せよ。

（１）ケイソウ（diatom）
（２）シアノバクテリア（cyanobacteria；ランソウ）
（３）南極環流（Antarctic circumpolar current）
（４）黒色葉理泥岩（well-laminated black mudstone; “black shale”）
（５）化石鉱脈（fossil Lagerstätten）
（６）層孔虫（stromatoporoid）
（７）氷期–間氷期サイクル（glacial-interglacial cycle）
（８）化学合成群集（chemosynthetic community）
（９）有殻微小化石動物群（small shelly fauna; SSF）

問題3　岩石学・鉱物学（100 点）

以下の問い（**問1**，**問2**）に答えよ

問1　次の文章を読み，以下の設問（1）～（5）に答えよ

結晶を構成する原子は３次元的に規則正しく配置しており，一定の対称性を持つ。結晶構造の最小の構造単位を〔Ａ〕と呼び，それは結晶軸の長さ(a, b, c)とそれらがなす角(α, β, γ)で表される。これら６つの値を〔Ｂ〕と呼ぶ。このような原子の規則的な配列によって作られる面を〔Ｃ〕といい，結晶座標軸を用いて面指数（ミラー指数）により指数づけできる。また，結晶の外形の対称性は，〔Ｄ〕，〔Ｅ〕，〔Ｆ〕，および回転，の４種類の点対称操作の立体的な組み合わせで表現できる。

（1）上の〔Ａ〕～〔Ｆ〕に入る適当な語句を記せ。

（2）結晶は７つの晶系に分類される。そのうち，立方（等軸）晶系と直方（斜方）晶系以外の晶系の名称を３つ挙げ，それらの晶系の条件を例にならって記せ（例：立方晶系，$a=b=c$，$\alpha=\beta=\gamma=90°$）。

（3）直方晶系において，原点に最も近い２つの面，面 P（a 軸と $a/2$，b 軸と $b/3$，c 軸と c で交差する）と面 Q（a 軸と a，b 軸と b で交差し，c 軸とは交差しない）を図1に示した。それぞれの面指数を記せ。

（4）**図2**の点 A_{-1}, A_0, A_1 は周期的（距離 a）に並んだ格子点である。点 A_0 を紙面に垂直な回転軸として，A_{-1} と A_1 をそれぞれ時計廻り，反時計廻りに θ だけ回転させ，それぞれ点 B_{-1} と B_1 に移した（両者の距離を b とする）。このとき，点 B_{-1} と B_1 も格子点の条件を満たすような回転操作には５種類しかないことを示せ。

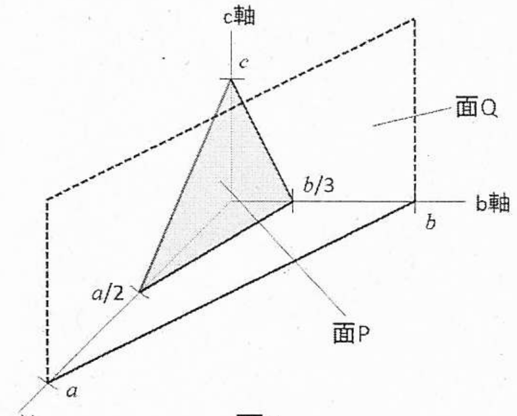


図1

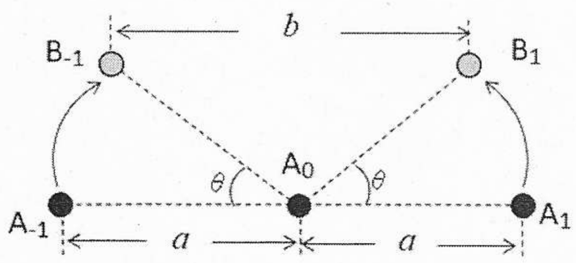


図2

（次ページに続く）

問2　図3は1気圧における Mg_2SiO_4 - SiO_2 系の定性的な相図の一部である。以下の設問（1）～（5）に答えよ。ただし，メルトと固相は分離せず（系全体の組成は変化しない），平衡を保ちながら状態変化するとする。また，設問（3）～（5）の解答の際は，図3の記号，および図3をフリーハンドで解答用紙に写したものを適宜用いて解答せよ。

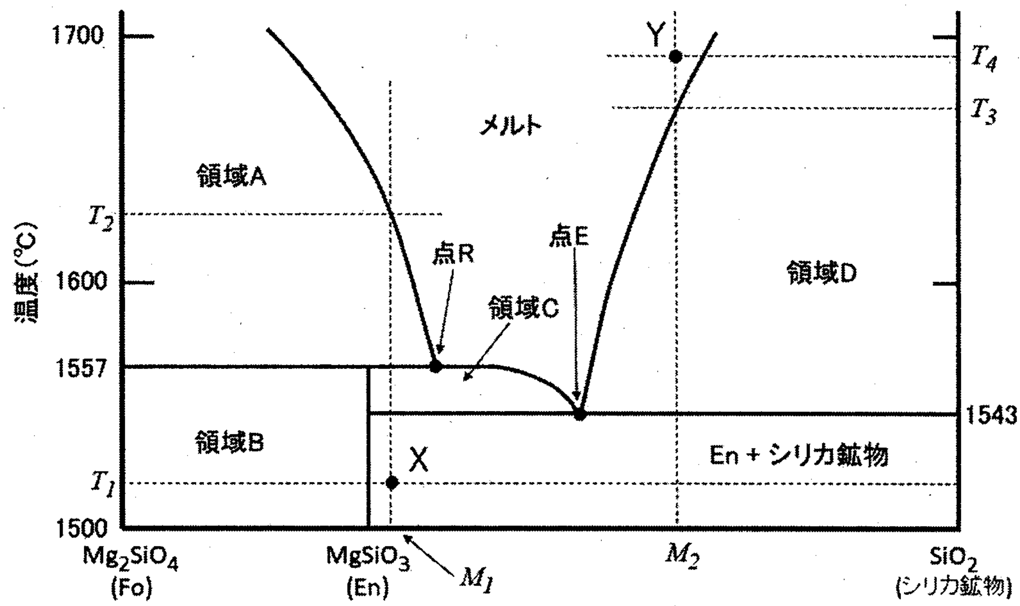


図3

（1）領域 A, B, C, D において安定に存在する相の組み合わせを Fo, En, シリカ鉱物，メルトの語句を用いて表わせ。

（2）組成 M_1 の固体 X を温度 T_1 から加熱した際，最初に融解が始まる温度とその際に生成されるメルトの組成を記せ。

（3）設問（2）での最初のメルト形成後も加熱を続けたが，しばらくは昇温が起こらなかった。加熱を続けて再び温度が上がり始めるまでの状態変化と自由度の変化を説明せよ。

（4）設問（3）から更に加熱を続け，すべてが融解するまでのメルト組成の変化を温度変化とともに説明せよ。

（5）組成 M_2 のメルト Y を温度 T_1 まで冷却する場合を考える。冷却に伴うメルトの組成変化と晶出する鉱物種の変化について説明せよ。また，結晶化が完了したときの鉱物の組み合わせとその量比を「てこの原理」を用いて表現せよ。

問題４　化学　（100 点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１　水溶液中の鉄は，酸塩基および酸化還元の強さによって，さまざまな化学種となる。その反応または半反応の例を以下の化学式 a)～g)に示す。ただし，e^- は電子を表しており，水溶液は理想溶液とする。次の設問（１）～（６）に答えよ。

a) $Fe^{2+} + 2\,e^- \rightleftharpoons Fe$

b) $Fe(OH)_2 + 2\,H^+ \rightleftharpoons Fe^{2+} + 2\,H_2O$

c) $Fe^{3+} + e^- \rightleftharpoons Fe^{2+}$

d) $Fe(OH)_3 + 2\,H^+ \rightleftharpoons Fe^{3+} + 3\,H_2O$

e) $Fe(OH)_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- \rightleftharpoons Fe + 2\,H_2O$

f) $Fe(OH)_3 + H^+ + e^- \rightleftharpoons Fe(OH)_2 + H_2O$

g) $Fe(OH)_3 + 3\,H^+ + e^- \rightleftharpoons Fe^{2+} + 3\,H_2O$

（１）化学式 a)～g)には間違っている式が 1 つある。その式を記号で示し，正しい式に直せ。

（２）式 b)の反応について，平衡定数 K を濃度$[Fe(OH)_2]$, $[Fe^{2+}]$, $[H^+]$を用いて表せ。

（３）水溶液中で，$Fe(OH)_2$ と Fe^{2+} の濃度が等しいときの pH を，K を用いて表せ。

（４）化学式 a)～g)を例にして，標準電極電位が 0（V）と定義される半反応の式を書け。

（５）化学式 a)～g)において，標準電極電位が正値（プラス値）と負値（マイナス値）を持つ反応をそれぞれ１つ選び，記号で示せ。

（６）大気圏や水圏に存在する分子で鉄の酸化還元状態を支配する物質を分子式で記せ。

（次ページに続く）

問２　放射性核種 ^{87}Rb は β-壊変によって ^{87}Sr となる。この放射壊変を利用して岩石や隕石の年代測定がなされている。次の設問（１）～（５）に答えよ。

（１）^{87}Rb の数を[^{87}Rb]とすると，[^{87}Rb]の減少は時間 t を用いて，以下のように記述できる。ただし，λ は壊変定数である。

$$-\frac{\mathrm{d}\,[^{87}\mathrm{Rb}]}{\mathrm{d}\,t} = \lambda\,[^{87}\mathrm{Rb}]$$

この微分方程式を解け。なお，[^{87}Rb]の初期値を[^{87}Rb]$_0$ とする。

（２）^{87}Rb の壊変定数 λ は 1.42×10^{-11} (yr^{-1})である。^{87}Rb の半減期を有効数字２桁で求めよ。必要なら，　$\ln 2 = 0.693$ を用いよ。

（３）ある岩石が形成したときの[^{87}Rb]$_0$ がわかれば，設問（１）で求めた式を用いてその岩石の形成年代を求められる。しかし，[^{87}Rb]$_0$ は直接求めることはできない。そこで，^{87}Rb の放射壊変によって生成した ^{87}Sr の数[^{87}Sr*]を利用する。[^{87}Sr*]を[^{87}Rb]を使って表せ。

（４）岩石が形成したときの ^{87}Sr の数を[^{87}Sr]$_0$ とすると，その岩石中の ^{87}Sr の数 [^{87}Sr] は，[^{87}Sr] = [^{87}Sr]$_0$ + [^{87}Sr*]で表される。ところで，Sr には放射壊変の影響を受けない安定同位体 ^{86}Sr がある。そこで，両辺を ^{86}Sr の数 [^{86}Sr]で割ると，

$$\frac{[^{87}\mathrm{Sr}]}{[^{86}\mathrm{Sr}]} = \frac{[^{87}\mathrm{Sr}]_0}{[^{86}\mathrm{Sr}]} + \frac{[^{87}\mathrm{Sr}^*]}{[^{86}\mathrm{Sr}]}$$

となる。この式で表される関係を用いて年代測定ができる。ただし，[^{87}Sr*]は設問（３）で導いた答えで置き換える必要がある。この式で表される線を一般的に何とよぶか。

（５）ある岩石中の黒雲母とカリ長石の[^{87}Rb]/[^{86}Sr]と[^{87}Sr]/[^{86}Sr]を測定したところ，それぞれ 148.0, 2.78（黒雲母），48.0, 2.08（カリ長石）であった。設問（４）で求めた式を用いて，この岩石の形成年代を計算し，以下の a)～e)の中から最も近いものを選べ。計算過程も示すこと。必要なら，$\ln(1 + x) \approx x$　（$x \ll 1$ のとき）を用いよ。

a) 5 億年　　b) 10 億年　　c) 15 億年　　d) 20 億年　　e) 30 億年

問題5　熱力学（100点）

以下の問い（問1，問2）に答えよ。

問1　ギブズの自由エネルギー，エンタルピー，エントロピー，温度，圧力，体積をそれぞれG,H,S,T,P,Vとする。以下の設問（1）～（5）に答えよ。

（1）ギブズの自由エネルギー $G=H-TS$ を温度と圧力の関数として，その全微分を S,T,P,V を用いて表せ。

（2）ギブズの自由エネルギーからマックスウェルの関係式を1つ求めよ。

（3）エンタルピーはギブズの自由エネルギーを用いて以下のように表せることを示せ。

$$H=-T^2\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{G}{T}\right)\right]_P$$

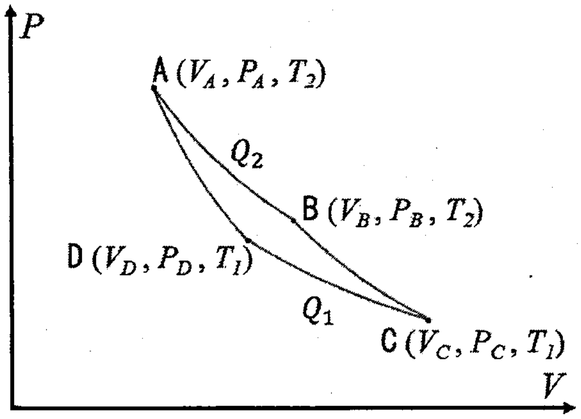
（4）ある物質に対して圧力一定の条件下で温度を増加させたところ，ある温度でA相からB相へ1次の相転移がおきた。A相とB相のどちらのエントロピーが大きいか。また，その理由を横軸T，縦軸Gの図を書いて説明せよ。

（5）2次の相転移で定圧熱容量が不連続になる場合を考える。$P-T$面上での相境界線の勾配は，定圧熱容量の変化量ΔC_Pと熱膨張率の変化量$\Delta\alpha$を用いて以下の式で表せることを示せ。相境界上では二相のエントロピーが等しくなることを用いよ。

$$\frac{dP}{dT}=\frac{\Delta C_P}{TV\,\Delta\alpha}$$

（次ページに続く）

問２　次の図に示すような１モルの理想気体のカルノーサイクル ABCD を考える。各点での V, P, T は図に与えられているものを用いよ。以下の設問（１）～（４）に答えよ。



図

（１）以下の関係式を求めよ。

$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{V_A}{V_D}$$

（２）温度T_2の等温過程 AB で高温熱源から受け取る熱量 Q_2，温度T_1の等温過程 CD で低温熱源に放出する熱量 Q_1に関して，以下の関係式が成り立つことを示せ。

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

（３）カルノーサイクルの熱効率 η_C は以下の式で与えられることを示せ。

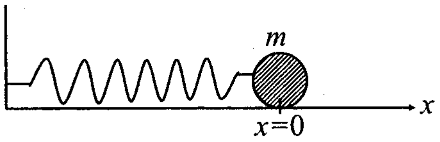
$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

（４）カルノーサイクルと任意の物質に対する任意のサイクル E' からなる複合機関を考える。E' では温度 T_2 の高温熱源から熱量 Q' を受け取り，仕事 W' をして温度 T_1 の低温熱源へ熱量 Q_1 を放出する。次に逆方向のカルノーサイクルで，外からの仕事 W によって低温熱源から熱量 Q_1 を取り出し高温熱源へ熱量 Q_2 を放出する。このとき，トムソンの原理を用いてサイクル E' の熱効率 η は η_C を超えないことを示せ。

問題6　力学（１００点）

以下の問い（問１～問３）に答えよ。計算の途中経過も書くこと。

問１　質量が無視できるばね定数 k のばねの一端に質量 m のおもりをつけ，なめらかな水平面上に置き，他端を固定する。下図のように，バネが自然長の位置を原点 $(x=0)$ に取り，バネが伸びる方向を正に x 軸を取る。時間 $t=0$ で，$x=a$ $(a>0)$ の位置までバネを引き延ばして，静かに手を離してバネの振動を観察した。おもりは質点と扱ってよいものとして、以下の設問（１）～（４）に答えよ。



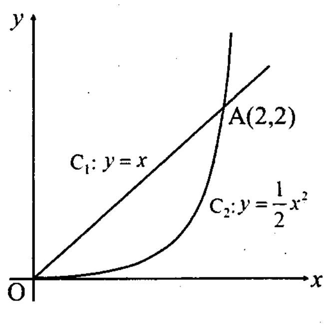
（１）おもりの位置 x の時間 t に関する運動方程式を記述し，一般解を求めよ。

（２）設問（１）について，$t=0$ で $x=a$，$\dfrac{dx}{dt}=0$ という初期条件の下での特解を求めよ。

（３）設問（１）の運動方程式から，力学的エネルギーの保存法則が成り立つことを示せ。

（４）おもりの１周期あたりの運動エネルギーの平均と位置エネルギーの平均を求めよ。

問２　２次元 (x,y) 平面内の質点の運動を考える。質量 m の質点が座標 (x,y) に依存する力 $\boldsymbol{F}$ を受けながら，下図に示す２つの経路，直線 C_1 $(y=x)$ と放物線 C_2 $(y=\frac{1}{2}x^2)$ を，点 $\mathrm{O}(0,0)$ から点 $\mathrm{A}(2,2)$ まで運動しているとする。a を正の実定数とし，$\boldsymbol{F}$ の x 成分 $F_x=2axy$，y 成分 $F_y=ax^2$ とする。このとき，以下の設問（１）～（３）に答えよ。



（次ページに続く）

（1）C_1，C_2 の2つの経路に沿って，質点が点Oから点Aまで運動したときに受けた仕事 $W = \int_{\mathrm{O}}^{\mathrm{A}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ の値を，それぞれ求めよ。ただし，$d\boldsymbol{r}$ は質点の位置の微小変位ベクトルである。

（2）質点が経路 C_1 を通って点Oから点Aに移動したあと，経路 C_2 を逆にたどって点Oに戻った場合，この1周経路の間に質点が受けた仕事を求めよ。

（3）設問（1），（2）の結果に基づき，点Oを基準とする位置エネルギーを表す関数 $U(x, y)$ を求めよ。

問3　地球を質量が M，半径 R の球と考え，密度は球対称であるとする。地球の中心から $r(r \geq R)$ の距離にある質量 m の質点には地球からの万有引力が働き，それは地球の全質量が中心に集まってできる質点の及ぼす万有引力に等しい。$M \gg m$ であり，空気の抵抗や地球の自転にともなう効果は無視できるものとして，以下の設問（1）～（4）に答えよ。

（1）万有引力定数を G として，地球の中心から r の距離にある質量 m の質点に働く，万有引力による加速度の大きさを求めよ。

（2）設問（1）に基づき，無限遠を基準にとったときの，質点に働く万有引力による位置エネルギー（重力ポテンシャル）$U(r)$ を求めよ。

（3）地表から真上に向かって質量 m の質点を初速度の大きさ v_0 で投げ上げることを考える。質点が地球の中心から離れるに従い，地球の中心からの距離 r に依存する万有引力のため質点の速さ v は減速し，やがて0となり，その後は地表面に落下する。そのときの最高到達距離 r_m を求めよ。

（4）設問（3）で，質点の初速度の大きさ v_0 がある値より大きくなると，質点は地球の万有引力により落下して来なくなる。その時の v_0 の最小値を求めよ。

問題７　電磁気学（100 点）

以下の問い（**問１～問３**）に答えよ。

問１　無限に長い直線 ℓ 上に電荷が一様に分布しており，その線密度は σ（$\sigma > 0$）である。以下の設問（１）～（３）に答えよ。

（１）直線 ℓ を含む任意の平面上で，電場 $\mathbf{E}$ はどのように分布するか。解答用紙に直線 ℓ とその周囲に形成されるベクトル場 $\mathbf{E}$ を図示せよ。定性的な図でよい。

（２）直線 ℓ からの距離が r の点における電場の大きさを E とする。r の関数として $E(r)$ を求めよ。ただし真空中の誘電率を ε_0 とする。計算過程も示すこと。

（３）静電ポテンシャル ϕ を，r の関数として求めよ。ただし $r = a(>0)$ で $\phi = 0$ とする。計算過程も示すこと。

問２　直交座標系 (x,y,z) において，$\mathbf{B} = B_z(x)\mathbf{e}_z$，$B_z(x) = B_0 + kx$（$B_0$，$k$ は定数）で表される静磁場がある。$\mathbf{e}_z$ は z 軸方向の単位ベクトルである。**図１**のように，x 軸，y 軸に沿う辺の長さがともに a である正方形のコイルがある。このコイルを xy 面内で一定の速度で動かす。以下の設問（１）～（３）に答えよ。

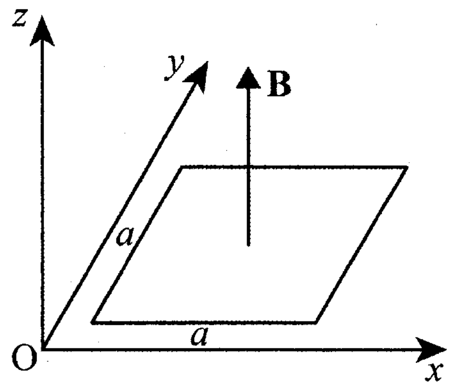


図１

（１）コイルを y 方向に一定の速度 $u\mathbf{e}_y$（$u > 0$，$\mathbf{e}_y$ は y 方向の単位ベクトル）で動かすとき，コイルに発生する誘導起電力はいくらか。理由とともに答えよ。

（２）コイルの頂点の位置が $(x,y,0)$，$(x+a,y,0)$，$(x,y+a,0)$，$(x+a,y+a,0)$ のとき，コイルを貫く磁束 Φ を計算せよ。計算過程も示すこと。

（３）コイルを x 方向に一定の速度 $v\mathbf{e}_x$（$v > 0$，$\mathbf{e}_x$ は x 方向の単位ベクトル）で動かすときコイルに発生する誘導起電力を計算せよ。計算過程も示すこと。

（次ページに続く）

問３　半径a，長さl（$l \gg a$）の円柱が中心軸方向に強さ$\mathbf{M}$で一様に磁化されている。この円柱を真空中に置き，円柱の中心Oが原点でz軸が円柱の中心軸方向となる直交座標系(x,y,z)を導入する（**図２**）。以下の設問（１）～（３）に答えよ。

（１）磁化電流（電流密度で$\mathbf{i}_m = \nabla \times \mathbf{M}$と表される）はどこをどのように流れているか。解答用紙に円柱を描き，磁化電流（ベクトル）を表す矢印を書き入れよ。定性的な図でよい。

（２）平面$y=0$（xz面）内で磁力線（磁束密度$\mathbf{B}$の流線）はどのようになるか，その概形を解答用紙に記せ。円柱の縁（長方形）も書き入れること。

（３）無限に広い平面$z=0$（xy面）を貫く全磁束はいくらか。その値と，そう結論する理由を述べよ。理由の説明には図を用いてもよい。

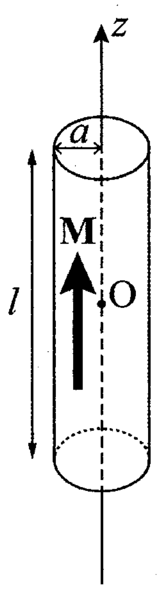


図２

問題８　物理数学（100 点）

以下の問い（**問１～問５**）に答えよ。解答用紙には計算の途中経過も書くこと。

問１　$(-i)^{2i}$ を求めよ。ただし，iは虚数単位である。

問２　正則行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$について，設問（1），設問（2）に答えよ。ただし，αは正の実数の定数である。

（1）Aが正則行列であることから，αが満たす条件を求めよ。
（2）Aの固有値と規格化した固有ベクトルを求めよ。

問３　常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + x + y = 0$ を満たす yの一般解を求めよ。

問４　3次元直交座標系 (x, y, z)において，ベクトル $\boldsymbol{r} = -\frac{2}{3}\boldsymbol{i} - \frac{1}{3}\boldsymbol{j} + \frac{2}{3}\boldsymbol{k}$と原点以外で定義したスカラー関数 $\phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + \alpha z^2$について，設問（1）～（3）に答えよ。ただし，$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$は x, y, z方向の単位ベクトルで，αは０でない実数の定数である。

（1）ϕについて $\boldsymbol{r}$方向への方向微分係数を求めよ。
（2）座標 $(\alpha, 1, -1)$において $\boldsymbol{r}$方向のベクトルが $\phi = C$（定数）で定義される曲面に接するとき，αの値を求めよ。
（3）座標 $(\alpha, 1, -1)$において $\boldsymbol{r}$方向のベクトルが $\phi = C$（定数）で定義される曲面の法線ベクトルであるとき，αの値を求めよ。

問５　以下のように定義される周期2πの関数 $f(x)$と周期4πの関数 $g(x)$を，それぞれフーリエ級数であらわせ。ただし，αとβはいずれも０でない実数の定数である。

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (-\pi < x < 0) \\ \ \ 1 & (0 < x < \pi) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \alpha - \beta & (-2\pi < x < 0) \\ \alpha + \beta & (0 < x < 2\pi) \end{cases}$$