

問題 5 熱力学 (100 点)

以下の問い (問 1, 問 2) に答えよ。

問 1 一成分一相系の熱力学に関して, 以下の設問 (1) ~ (6) に答えよ。以下の設問においては, T は絶対温度, S はエントロピー, P は圧力, V は体積, U は内部エネルギー, F はヘルムホルツの自由エネルギー, n は気体のモル数, R は気体定数である。

(1) 内部エネルギー U の全微分の式が

$$dU = TdS - PdV$$

であることを用いて, ヘルムホルツの自由エネルギー F の全微分の式が

$$dF = -SdT - PdV \quad (\text{i})$$

となることを示せ。

(2) F の全微分の式 (i) からマクスウェルの関係式のひとつ

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad (\text{ii})$$

が導かれることを説明せよ。

(3) 定積熱容量 C_V の定義を説明し, その定義から

$$C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \quad (\text{iii})$$

が導かれることを説明せよ。

(4) マクスウェルの関係式 (ii) と熱容量の式 (iii) から熱容量に関して

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V \quad (\text{iv})$$

が導かれることを示せ。

(5) マクスウェルの関係式 (ii) と熱容量の式 (iii) と理想気体の状態方程式

$$P = \frac{nRT}{V}$$

を用いて, $C_V = 3nR$ であるような理想気体のエントロピー $S(T, V)$ を求めよ。ただし, 温度 T_0 , 体積 V_0 におけるエントロピーを S_0 とせよ。

(次ページに続く)