

問題 11 電磁気学 (125 点)

以下の文章を読み、問い(問 1~問 3)に答えよ。

問 1 極板の面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサーがある。極板間が真空のとき、このコンデンサーの静電容量を表す式を求めよ。解答用紙には答のみ記すのではなく、以下の式 (1)・(2) から出発して解答に到る計算も記せ。

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2)$$

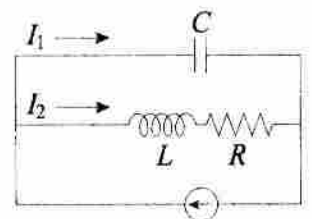
但しここに \mathbf{E} は電場、 \mathbf{D} は電束密度、 ρ は電荷密度、 ϵ_0 は真空中の誘電率。

問 2 このコンデンサーの極板間に、異方性媒質を入れる。この異方性媒質は、磁場の存在下で電場 \mathbf{E} をかけると、磁場に平行方向に z 軸を取ったとき、以下の式で表される分極ベクトル \mathbf{P} を持つ：

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \chi_A & 0 & 0 \\ 0 & \chi_A & 0 \\ 0 & 0 & \chi_B \end{pmatrix} \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \chi_A & 0 & 0 \\ 0 & \chi_A & 0 \\ 0 & 0 & \chi_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

今、一様磁場中にコンデンサーがあり、磁場とコンデンサー極板の間の角度は 45 度とする。このとき、この異方性媒質を入れたコンデンサーの静電容量を表す式を求めよ。解答用紙には答のみ記すのではなく、解答に到る計算も記せ。

問 3 図のような回路を考える。 L はコイルの自己インダクタンス、 R は抵抗、 C はコンデンサーの静電容量、を表す。図の最下部に \ominus で図示された電源は、振幅が一定の交流電流 $I_0 \cos(\omega t)$ (I_0 は定数、 t は時間) を回路に流すように設定されているものとする。



このとき、以下の問に答えよ。

- 図示された電流 I_1 、 I_2 が満たすべき 2 つの式を記せ。
- その 2 つの式を解いて、回路の両端の電位差を表す式を求めよ。
- R が小さい ($R \ll \omega L$) とき、この回路は共振現象を示す。すなわち、 ω のある値 ω_0 において回路の両端の電位差の振幅が極大になる。その ω_0 を表す式を求めよ。
- R が小さい ($R \ll \omega L$) とき、この回路の Q 値を求めよ。 $(Q$ 値とは、回路の両端の電位差の振幅が極大値の $1/\sqrt{2}$ 倍になったときの ω 値を ω_1 、 ω_2 としたとき、

$$Q = \frac{\omega_0}{|\omega_1 - \omega_2|} \quad (4)$$

で定義される値である。)