平成16年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

（全24ページ）

（500点）

注意事項

（1）この問題冊子には、合計15題が出題されている。

問題1　層序学・堆積学、　**問題2　構造地質学**、　**問題3　古生物学・古環境学**、
問題4　岩石学、　**問題5　鉱物学**、　**問題6　基礎化学**、
問題7　有機化学、　**問題8　地球化学**、　**問題9　熱力学**、
問題10　力学、　**問題11　電磁気学**、　**問題12　物理数学**、
問題13　大気科学、　**問題14　固体地球物理学**、　**問題15　宇宙空間物理学**

（2）**第1志望・第2志望ともに**、岩石循環科学、地球進化史、古環境学、初期太陽系進化学、有機宇宙地球化学、希元素地球化学、地球惑星物質科学、地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は、15問題の中から任意に4問題を選択すること。

（3）**第1志望または第2志望で**、太陽地球系物理学、宇宙地球電磁気学、中層大気科学、対流圏科学、地球流体力学、固体地球惑星力学、地球内部ダイナミクス、観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は、**問題9～問題12**（上記の下線を引いた問題）の中から少なくとも2問題を含む、合計4問題を選択すること。下線を引いた問題以外から3問題以上選択した場合は、2問題のみを有効とし、他の解答問題は無効（0点）とするので注意すること。

（4）解答はそれぞれ別の解答用紙に書くこと（裏面使用可）。

（5）それぞれの解答用紙には、受験番号、氏名、選択した問題の番号を記入すること。

（6）この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1　層序学・堆積学（125点）

以下の問い（**問1**～**問3**）に答えよ。

問1　岩石の風化作用に関する次の文章を読んで、設問（1）、（2）に答えよ。

風化作用は、地表付近で進行する現象で、岩石を破壊し、粒径を減少させる作用をもつ（ア）と、岩石の構成鉱物種や化学組成を変化させる作用をもつ（イ）の2つに分けられる。これら2つの作用は、気候条件と造構運動に支配されているため、風化が進行する場によって、その進行の程度に違いが生じる。たとえば、（イ）が最も典型的に進行するのは湿潤気候地域であるが、地形が（ウ）で、造構運動が活発なところでは、風化の速度に比べて（エ）の速度が大きいため厚い風化殻は形成されない。湿潤気候地域での風化残留堆積物の例として、熱帯～亜熱帯気候帯の多雨地域で形成される（オ）がある。（オ）は、最初に著しい（カ）作用がおき、（キ）、鉄などの元素だけが表層部に残留・濃集して形成される。（オ）は、地質時代の気候を復元するする手がかりとなる堆積物ということができる。

（1）文中の空所（ア）～（キ）に最もよくあてはまる用語を下の語群から選んで、その記号を答えよ。

a．浸食　b．溶脱　c．物理的（機械的）風化　d．ボーキサイト
e．化学的風化　f．ナトリウム　g．海底風化　h．平坦　i．水和
j．堆積　k．鍾乳石　l．急峻　m．アルミニウム　n．カルサイト

（2）上の文中の（オ）の他に、古気候推定に役立つ堆積物の例を1つあげ、それによってどのような気候条件が推定できるかを説明せよ。

問2　次の用語（ア）～（ウ）を説明せよ。

（ア）ストロマトライト（stromatolite）
（イ）チャートノジュール（chert nodule）
（ウ）フルートキャスト（flute cast）

（次ページに続く）

(問題１の続き)

問３　地層の走向に直交する地質断面図（図１）と斜交する地質断面図（図２）について、次の設問（１）～（３）に答えよ。いずれの地質断面図においても地表面の凹凸はなく、水平・鉛直方向の縮尺比は１とする。

（１）図１において、地層Ｐの傾斜角をθ、断面線沿いの地表分布幅をＷ、断面線沿いの地表分布の上限・下限の高度差をＨとし、θ、Ｗ、Ｈを用いて地層Ｐの層厚Ｔを式で表せ。

（２）図１中のＢ地点から鉛直ボーリングを行ったところ、コア試料中で、地層Ｐの分布の下限、上限がそれぞれ海抜高度Ｈ１、Ｈ２であった。θ、Ｈ１、Ｈ２を用いて地層Ｐの層厚Ｔを式で表せ。

（３）図２は、断面線の方向が地層Ｑの真の傾斜方向に対して角度αだけ斜交している地質断面図で、地層Ｑの見かけの傾斜角はβである。真の傾斜角と見かけの傾斜角の関係を模式的に示したブロック図（図３）を参考にして、α、βを用いて図２における地層Ｑの真の傾斜角θを式で示せ。

図１

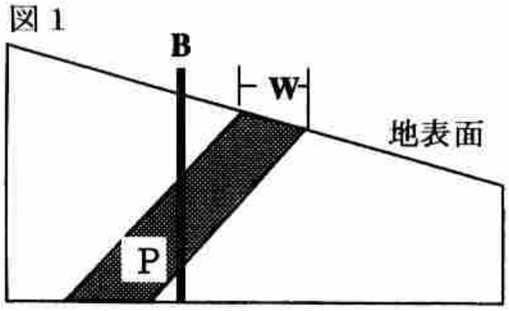


図２

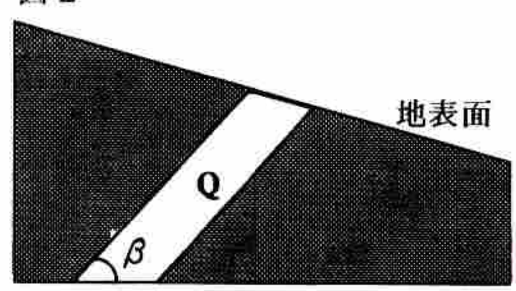
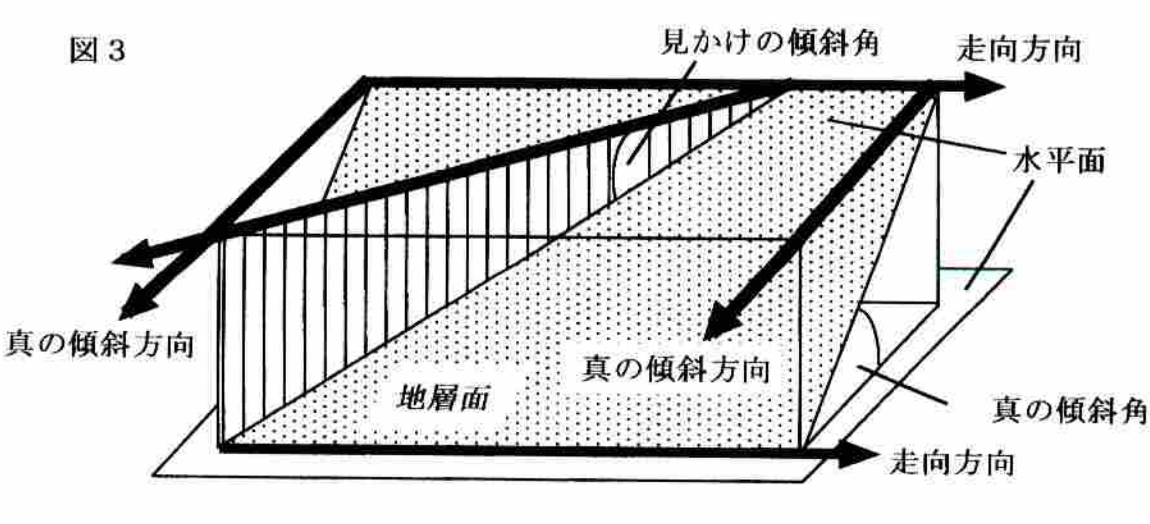


図３



問題2　構造地質学　(125 点)

次の問い（**問1・問2**）に答えよ。

問1　以下の説明文中の(　A　)～(　J　)に当てはまる用語を書け。

(1)　岩石に破壊面が生じると岩石は元の形に戻らないように、応力を取り去っても歪みが元に戻らない変形のことを（　A　）変形とよぶ。

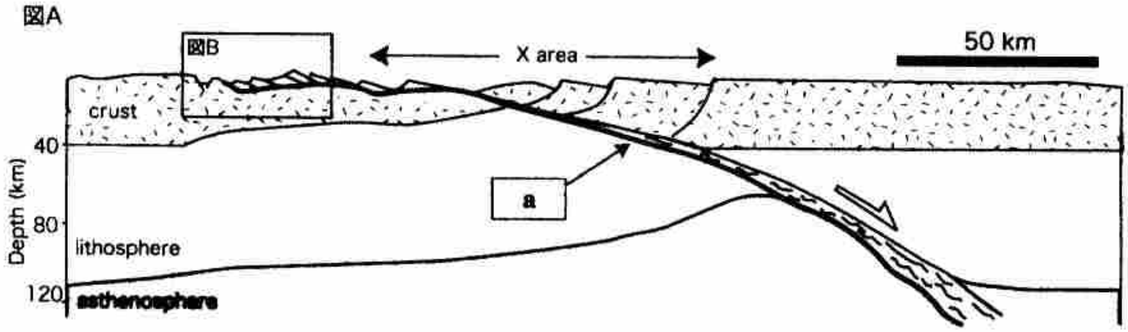
(2)　地殻深部ではその上位の岩石の重さに相当する（　B　）が働いているので、岩石を破壊するには、大きな差応力が必要である。しかし、地下深部で岩石中の粒子間隙や割れ目に（　C　）が存在すると、岩石の強度が低下し破壊が起こりやすくなる。

(3)　大陸地殻と海洋地殻の変形は深度により大きく異なる。これは、大陸地殻の主要構成鉱物である（　D　）の軟化する温度が約（　E　）℃であり、海洋地殻の主要構成鉱物などに比べ低いためである。

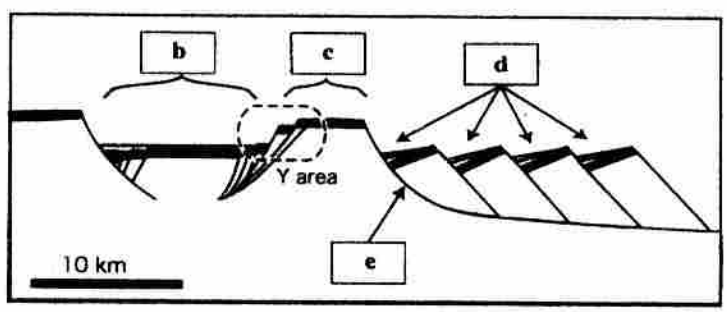
(4)　海溝堆積物や海山などが、プレートの動きにともなって陸側に付け加わってできた（　F　）には、海溝に堆積した砂岩・泥岩や、（　G　）・（　H　）・（　I　）などの海洋性岩石が含まれる。陸上に露出した（　F　）中には、著しく変形した上記の岩石が、泥質基質中にブロック状に混在する地質体があり、（　J　）とよばれている。

問2　図Aは東アフリカ大地溝帯の模式断面図であり、図Bは表層部の拡大断面図である。以下の問いに答えよ。

図A



図B



(1)　図A中の lithosphere を低角度で切るような巨大断層 $\boxed{a}$ の名称を記せ。

(2)　この巨大断層 $\boxed{a}$ が形成される応力場の名称を記せ。

(次ページに続く)

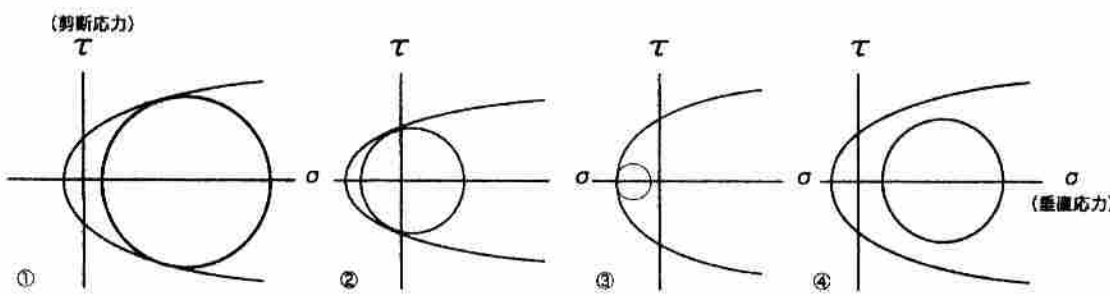
(3)　図 A の X area の表層付近ではどのような地質学的現象が観察されるか。理由とともに記せ。

(4)　図 B 中の $\boxed{\mathrm{b}}$ ～ $\boxed{\mathrm{d}}$ の名称を述べよ。

(5)　図 B 中の $\boxed{\mathrm{e}}$ のような表層で急傾斜し、地下深部ほど低角度になる断層の名称を記せ。

(6)　図 B 中の点線で囲まれた Y area の露頭には幅数ミリの断層粘土を伴った断層が確認できた。野外で断層の運動方向・移動距離を調べるにはどのようなことに着目したらよいか。100～200 字程度で答えよ。

(7)　以下の図は、岩石の破壊状態を包絡線（モールの破壊線）とモール円で示した図である。図 B 地域の断層が形成された時、以下のどのモール円の状態で破壊が起こったと考えられるか。①～④のうち一つを選び、簡潔に理由も述べよ。



問題３　　古生物学・古環境学（125 点）

以下の問い（**問１～問３**）に答えよ。

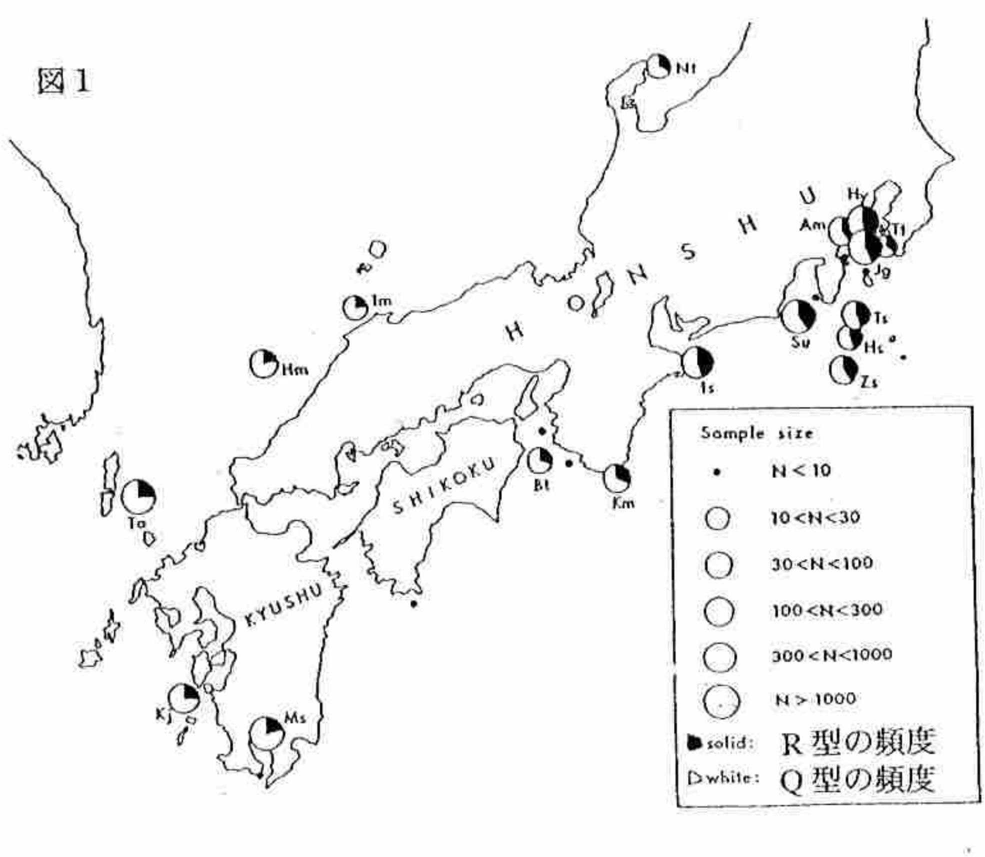
問１　軟体動物門二枚貝綱のヒヨクガイ *Cryptopecten vesiculosus* (Dunker, 1877) には、種内に殻表の放射肋の高い型（Q 型）と低い型（R 型）の二型がある。図１の円グラフは、日本各地の集団標本での R 型個体の相対的頻度を黒く塗りつぶし、Q 型個体の頻度を白抜きで示したものである。なお、N は個体数を表し、円グラフの脇の Ms, Km, Zs などは産地を示す記号である。以下の問い(1)～(3)に答えよ。

(1) 学名 *Cryptopecten vesiculosus* (Dunker, 1877)を使って、二名法を説明せよ。また、著者名 Dunker が丸括弧（　）に入っているが、丸括弧はどのような場合に使われるか。

(2) R 型個体の相対的頻度は、西日本から中部日本へ向かってほぼ規則的に変化する傾向がある。このような現象を何というか。

(3) (2)の現象は、種分化でどのような役割を果たすか。

図１



（次ページに続く）

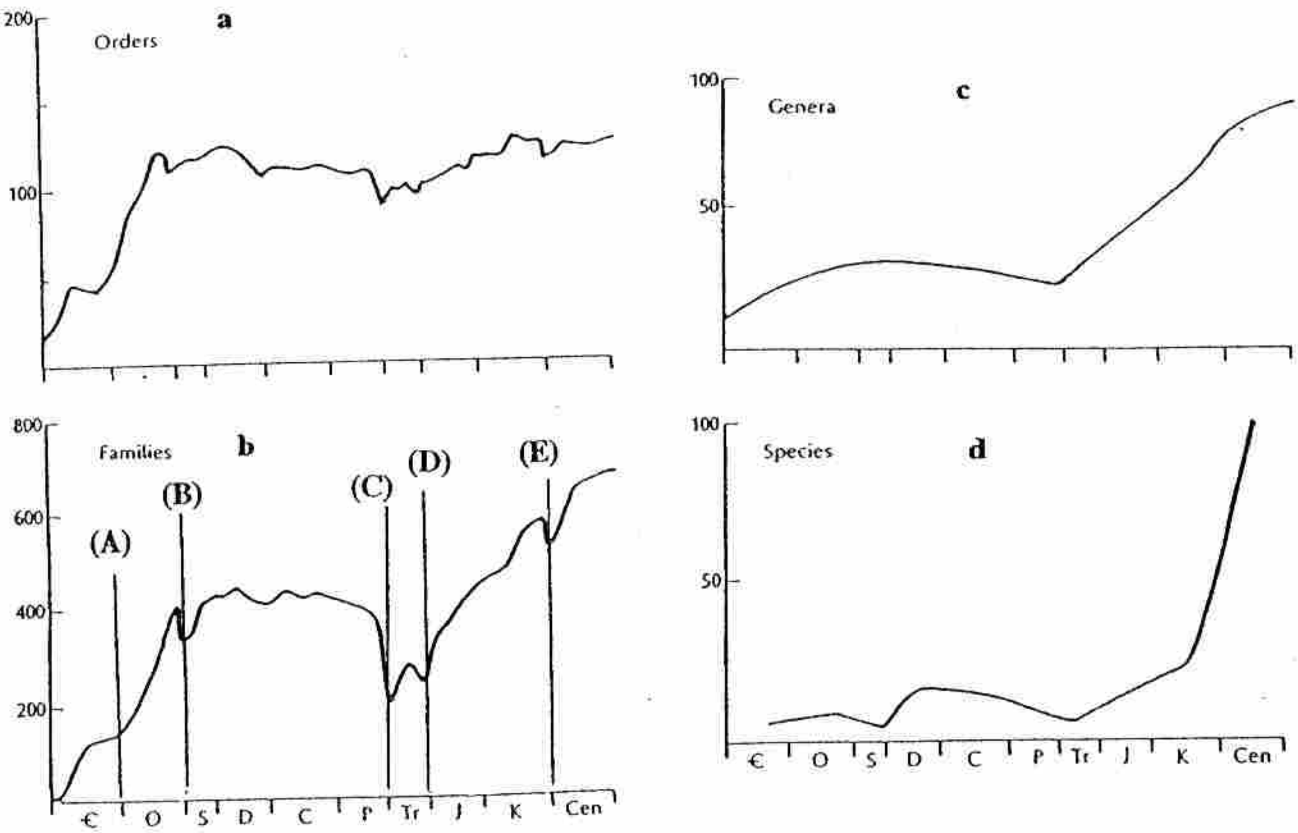
問２　図２は顕生代の海棲動物の多様性の変化を、さまざまな分類の段階で示したものである。なお、各図とも横軸は時間を表し、縦軸は図 a, b では Order や Family の絶対数、図 c, d では Genus や Species の数を現在を 100 としたときの百分率で表したものである。以下の問い(1)～(3)に答えよ。

(1) Orders, Families, Genera, Species を日本語に直せ。

(2) 顕生代の海棲動物の多様性の変化（増加や減少）は、図２b で最も顕著に認められる。なぜ Family のレベルで見た時、多様性の変化が最も顕著に認められるのか。その理由を述べよ。

(3) 古生代と中生代の境界、および中生代と新生代の境界を、図２b 中の(A)～(E)から選び、それぞれ記号で答えよ。

図２



問３　以下の語句(1)～(3)を説明せよ。

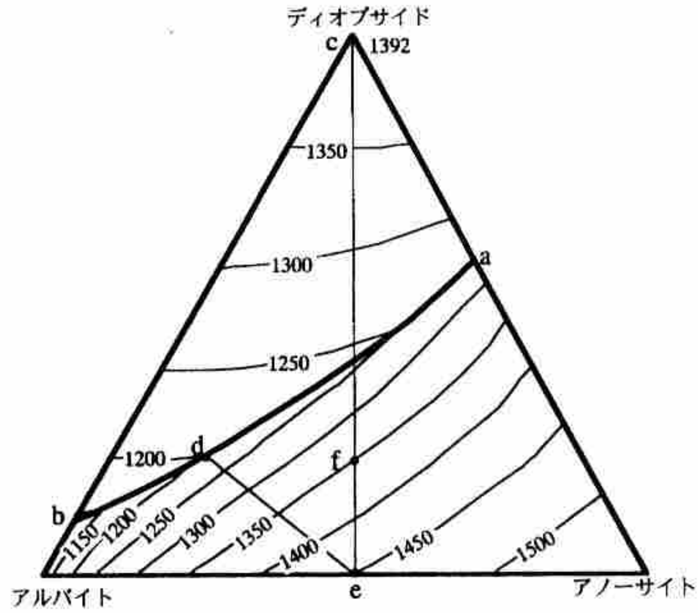
(1) 模式標本(type specimen)

(2) 同物異名(synonym)と異物同名(homonym)

(3) 擬態(mimicry)

問題 4　岩石学（125 点）

下図は 1 気圧（0.1 MPa）におけるディオプサイド-アノーサイト-アルバイト系の液相面相図である。数字の入った曲線はリキダスの等温線（単位は℃）である。ただし，点 d の液は 1200℃で点 e の斜長石と共存し，点 f はディオプサイド（点 c）と点 e を結ぶ直線上にある。この図をもとに以下の問い（**問 1～問 5**）に答えよ。



問 1　曲線 ab の名称と意味するところを記せ。

問 2　点 f の液を冷却する。

(a) 結晶が最初に晶出する時の鉱物の種類と温度を記せ。

(b) 液と結晶が常に平衡を保った場合，液が完全に固化する温度を記せ。

(c) (b) でできた岩石を構成する鉱物の種類，量比，鉱物の組成を示せ。必要なら図中の記号を用いても構わない。

問 3　ディオプサイドと斜長石，液が共存するとき，液，および斜長石の組成は温度を決めると一義的に決まる。このことを相律を用いて説明せよ。

問 4　1200℃における共生関係を図示せよ。図を解答用紙に写し，必要な点の記号を明記せよ。

問 5　ディオプサイドと点 e を結ぶ組成を横軸に，温度を縦軸にとった相図を図示せよ。温度がわかるところはその温度を記せ。ただし，ディオプサイドと点 e を結ぶ線上で，曲線 ab と交わる組成のリキダス温度は 1240℃である。

問題5　鉱物学（１２５点）

以下の問い（**問１**、**問２**）に答えよ。

問１　鉱物のほとんどは結晶質であり、結晶はその内部に規則正しい原子配列を持っている。結晶が持つ原子配列の規則性について以下の問いに答えよ。

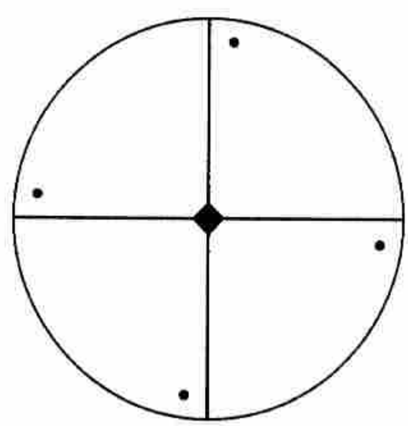
（１）　次の文章の（あ）～（く）に適当な語句を入れよ。

結晶内部での原子の三次元的な繰り返しは、たがいに平行でない３つのベクトルにより記述され、そのベクトルは（　あ　）と呼ばれる。このベクトルは通常（　い　）、（　う　）、（　え　）、（　お　）、（　か　）、（　き　）の６つのパラメーターでスカラー表現され、このパラメーターの組は（　く　）と呼ばれる。

（２）　（　い　）～（　き　）の６つのパラメーターの関係を図示せよ。

（３）　結晶は内部の原子配列を反映し、規則正しい外形を示す。結晶外形の規則性は点群によって記述されるが、その対称要素である回転軸には１、２、３、４、６回回転軸の５種しかないことが知られている。回転軸がこの５種に限られる理由を簡潔に記し、それを証明せよ。

（４）　４回回転軸による結晶面の繰り返しは下図のように表現することが出来る。下図にならって、１、２、３、４、６回回反軸による繰り返しを図示せよ。なお、紙面の裏にくる点は○で表すものとする。



問２　結晶中の原子配列は結晶とＸ線との相互作用をもとに決定することが出来る。結晶とＸ線との相互作用について以下の問いに答えよ。

（１）　結晶とＸ線との相互作用は、電子とＸ線の相互作用がもとになって起こる。結晶中の原子配列を知る上で重要となる電子とＸ線の相互作用を簡潔に説明せよ。

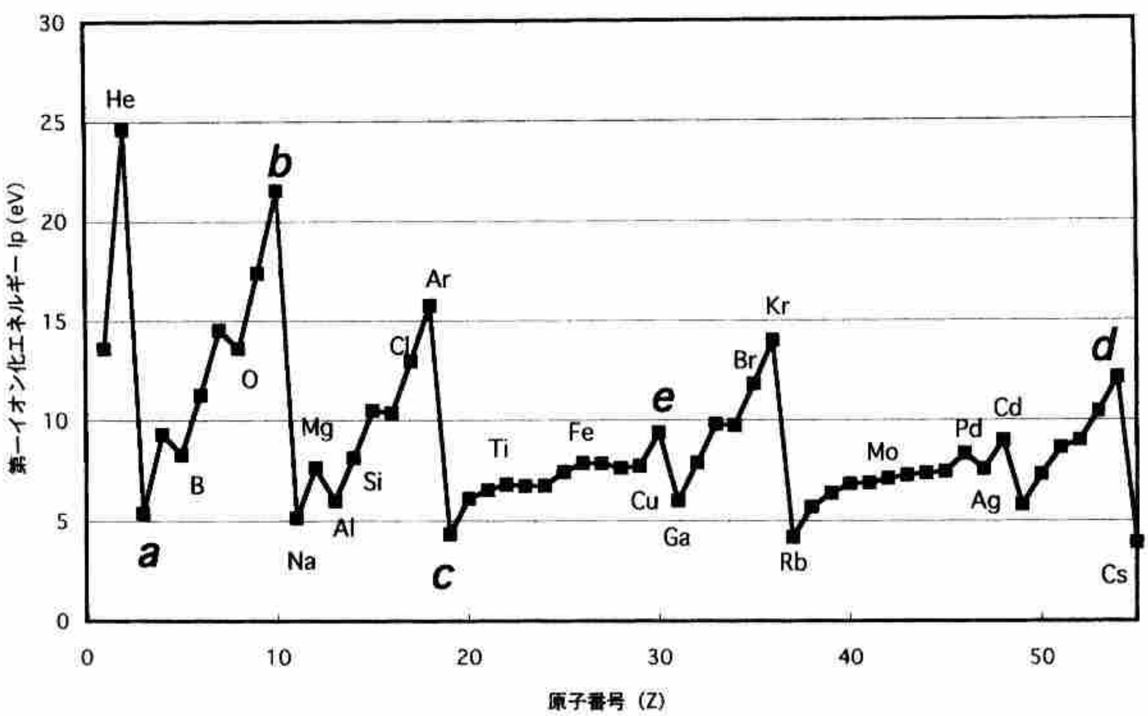
（２）　原子から散乱されるＸ線は、原子中の電子から散乱されるＸ線の和として考えることが出来る。原子から散乱されるＸ線の強度を表す因子の名称を記せ。

（３）　結晶によってＸ線の回折が起こるための条件は、周期的に配列した原子すべてについて位相差がゼロとなることである。この条件を満たすための結晶とＸ線の関係はブラッグによって簡潔に表現され、ブラッグの回折条件として知られている。ブラッグの回折条件を簡潔に述べよ。

問題6　基礎化学（１２５点）

以下の問い（**問1**、**問2**）に答えよ。

問1　　次の図は原子の第一イオン化エネルギーを示したもので、縦軸にイオン化エネルギーIp (eV) が、横軸に原子番号Ｚが示されている。



図の中の各周期で最も高い第一イオン化エネルギーを示すのは希ガス元素であり、最も低いのはアルカリ元素である。遷移金属（原子番号２１～３０、３９～４８）の第一イオン化エネルギーはほぼ 6 から１０ eV の間にある。しかし、図中の元素 ***e*** と Cd（カドミウム）の２点、特に元素 ***e*** の値が高い特徴が見られる。

（１）次の酸素 O の例にならって(a) 窒素、(b) アルゴン、(c) 鉄の基底状態の電子配置を示せ。窒素 N は原子番号７、アルゴン Ar は原子番号１８、鉄 Fe は原子番号２６である。

（例）　酸素 O　$(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^4$

（２）図中の ***a*** から ***d*** にあてはまる元素を答えよ。

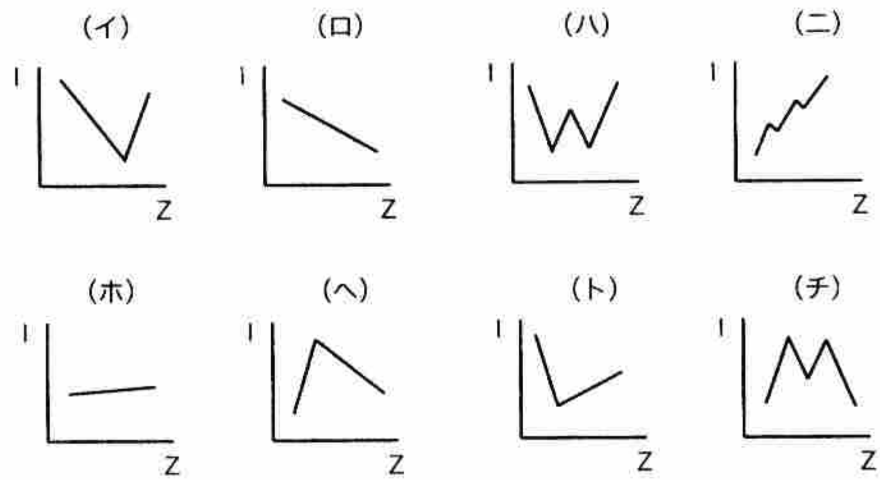
（３）***e*** の元素は何か。また ***e*** の基底状態の電子配置を（１）と同様に示せ。

（４）元素 ***e*** や Cd がなぜ第一イオン化エネルギーが高いのか、電子配置をもとに説明せよ。

（次ページに続く）

（問題６の続き）

（５）第二イオン化エネルギーにも周期律が見られる。縦軸にエネルギーI、横軸に原子番号をとった場合、(a)原子番号 3 から 9 までと、(b)２１から３０までの第二イオン化エネルギーの原子番号による変化は下図の（イ）～（チ）までのいずれに近いか。記号を示せ。また(a)、(b)それぞれについて（イ）～（チ）の図を選んだ理由を述べよ。



問２　周期律表の上では同じ縦の列（同族列）にあるハロゲンの化合物であっても、AgF と AgCl では水に対する溶解度が大きく異なる。この現象は、フッ素の電気陰性度がきわめて大きいことに理由がある。フッ素の電気陰性度が大きいことは、同族列の水素化物（HCl, HBr, HI）に対する HF の沸点や融点の違いにも現れる。

（１）この理由を考えるために、AgF と AgCl の結晶中のフッ素イオンと銀(I)イオン、塩化物イオンと銀(I)イオンの原子間距離を調べた。するとフッ素イオンと銀(I)イオンの原子間距離は、それぞれのイオン半径の和にほぼ等しかった。塩化物イオンと銀(I)イオンの原子間距離は、それぞれのイオン半径の和と比較して長いか短いか述べよ。

（２）（１）より AgF と AgCl の Ag と F、Ag と Cl の結合の違いを説明せよ。

（３）AgBr や AgI は、AgCl と比べて水に対する溶解度は高いか、低いか、ほぼ同じか。簡単な理由をつけて述べよ。

（４）HCl, HBr, HI に比べ HF の沸点や融点は、分子量が小さいにもかかわらず高い。これは液体や結晶中の HF の分子と分子の間に結合があるからである。これを何というか。またこの結合が観察できる分子を他に２つあげよ。

（５）AgCl は水に難溶である。水に難溶な物質の溶解度は溶解度積という形であらわされる。今、室温中で 1.0×10^{-6} mol/l の $AgNO_3$ 溶液 500ml と 1.0×10^{-3} mol/l の NaCl 溶液 500ml を混合した。AgCl の沈澱は生じるか。また生じるとすれば AgCl の沈澱は何グラムか。計算の過程も示せ。この温度での AgCl の溶解度積を 1.6×10^{-10} (mol^2/l^2)、原子量はそれぞれ水素 1、窒素 14、酸素 16、塩素 36、銀 108 とする。

問題7　有機化学（１２５点）

以下の問い（**問１**、**問２**）に答えよ。

問１　有機化合物には、同じ分子式を持ちながら異なった構造を持ち、同じ分子量でありながら大幅に性質が異なる化合物が多く存在する。$C_4H_{10}O$ の分子式を持つ化合物に関して以下の問に答えよ。

1. $C_4H_{10}O$ の分子式を持ち水酸基を持つ化合物の全ての異性体の構造式を示し、それらを IUPAC 方式で命名せよ（ただし、光学異性体が存在するものについては、それらが識別できるように絶対配置も示せ）。
2. 問１－１で示した化合物のうち、酸性二クロム酸ナトリウムを用いた酸化反応によって室温以下でケトンを生じるのはどの化合物か、構造式または名称で示せ。
3. 問１－１で示した化合物のうち、酸性二クロム酸ナトリウムを用いた反応で室温以下では酸化されないのはどの化合物か、構造式または名称で示せ。
4. 問１－２の反応が進行したことは、赤外（IR）吸収スペクトルによってどのように確認できるか説明せよ。
5. $C_4H_{10}O$ の分子式を持つが、水酸基を持たないものの一つにジエチルエーテルが存在する。ジエチルエーテルの沸点は、同じ分子式（$C_4H_{10}O$）を持ちかつ水酸基を持つ化合物に比べて大幅に低い。その理由を述べよ。

問２　有機化合物の脱水反応と加水分解反応は自然界で広く起こっている。そのことに関して以下の問に答えよ

1. 酢酸とエチルアルコールを脱水縮合させると酢酸エチルを生じる。酢酸エチルを加水分解すると酢酸とエチルアルコールを生じる。これらの反応は可逆的で、時間が経てば平衡状態に達する。この状態を反応式で示せ。
2. 問２－１の反応において、反応途中で温度を上げるか又は触媒を存在させると平衡に達する時間を短縮することができる。その理由を述べよ。

問題8 地球化学（125 点）

以下の問い(問1～問3)に答えよ。

問1　次の文の【 A 】～【 H 】に入る最も適した式または成分を答えよ。

雨水(降水)が純粋な水に少量の海水を溶かしこんだ組成をもっているならば、雨水と海水は同一の相対組成を示すはずである。このことを検討するには濃縮比が役に立つ。下の表は雨水に含まれる各成分について、濃度と濃縮比を示している。ここで成分 M についての濃縮比 r は次の式で与えられる。

r =【 A 】

例えば、表から雨水の Na 濃度は 1.1 mg/l、Cl 濃度は 1.1 mg/l であるから、$(Na/Cl)_{雨水}$は 1 となる。一方、文献から平均的な海水の Na 濃度は 10.6 g/l、Cl 濃度は 19.0 g/l であるから、$(Na/Cl)_{海水}$は 1/1.8 になる。したがって、成分 Na についての r は 1.8 になる。

表の r 値を見ると、すべての成分が海水以外にも供給源をもつことを暗示している。これらのうち、【 B 】、【 C 】、【 D 】は r が著しく大きいが、これらは岩石の主成分であることから、陸地にその起源を求めることが出来る。
同様にアルカリ金属【 E 】やアルカリ土類の一部【 F 】、【 G 】も陸起源といえる。ところが、海水にも岩石にもわずかにしか含まれていないのに雨水中に濃縮している成分がある。【 H 】がその例であり、石炭の燃焼、硫化鉱石の精錬等によって大気中に放出されたもので、工業起源物質の代表的なものである。

成分	濃度 [mg/l]	濃縮比 r	成分	濃度 [mg/l]	濃縮比 r
Na	1.1	1.8	I	0.0018	2400
K	0.26	12	SO_4	4.5	29
Mg	0.36	5.3	Si	0.83	4700
Ca	0.97	41	Fe	0.23	400000
Sr	0.011	24	Al	0.11	200000
Cl	1.1	—	As	0.0016	30000

問2 ある物質 X の酸素同位体比$(^{18}O/^{16}O)_X$は、標準物質である【 J 】の同位体比$(^{18}O/^{16}O)_S$との差を規格化し、$\delta^{18}O_X$として次式のように千分率(‰)で示される。

$$\delta^{18}O_X = \{(^{18}O/^{16}O)_X / (^{18}O/^{16}O)_S - 1\} \times 1000$$

一方、同位体平衡にある方解石と水の間の酸素同位体分別係数$\alpha_{方解石-水}$は

$$\alpha_{方解石-水} = (^{18}O/^{16}O)_{方解石} / (^{18}O/^{16}O)_{水}$$

と定義される。$\alpha_{方解石-水}$は温度の関数であり、温度が高くなると【 K 】に近づく。

(1) 【 J 】、【 K 】に入る最も適した言葉または数字を答えよ。
(2) $\alpha_{方解石-水}$を$\delta^{18}O_{方解石}$と$\delta^{18}O_{水}$だけで表せ。
(3) 約 80℃で$\alpha_{方解石-水}$は 1.02 である。このとき$\delta^{18}O_{水}$ = 10 ‰ の水と共存する方解石の$\delta^{18}O_{方解石}$の値を有効数字2桁で求めよ。

問 3　流体包有物は熱水の化石といわれる。これはどういう意味か、「均質化温度」及び「塩濃度」をキーワードとして説明せよ。

問題 9　熱力学 (125 点)

理想気体のエントロピーの変化に関する以下の問い (**問 1〜問 3**) に答えよ。各自の式の変形の際、問題文に示されている記号以外を用いてもよいが、きちんと説明をすること。

問 1 圧力が p、体積が V、温度が T の n モルの理想気体に対する状態方程式は、気体定数を R とおくとき、$pV = nRT$ と書くことができる。次の (1)〜(3) の問いに答えよ。

(1) 熱力学第一法則の式 $dU = \delta W + \delta Q$ は系の変化が準静的である時、単位モルあたり、

(a)　$dS = c_v d\ln T + Rd\ln V,$　および、

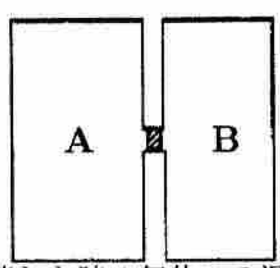
(b)　$dS = c_p d\ln T - Rd\ln p,$

と書けることを示せ。ただし、U は系の内部エネルギー、δW は加えた仕事、δQ は加えた熱、S はエントロピー、c_v、c_p はそれぞれ定積モル比熱、定圧モル比熱とする。

(2) 上の熱力学第一法則の式にあるように、内部エネルギー U については全微分で表せるが、仕事 W と熱 Q はそのように表せない。この違いを簡潔に説明せよ。

(3) 室温において、酸素や窒素など 2 原子分子の c_v が R の何倍になるかを、考え方とともに答えよ。ただし、室温では、分子の振動エネルギーは無視できるものとする。

問 2 下図に示すように、大きさが変化しない容積 V_1 の容器 A と容積 V_2 の容器 B が、容積の無視できるバルブを通してつながっており、全体は断熱された状態にある。最初、容器 A に温度 T の理想気体 1 を n_1 モル入れ、容器 B は真空にしておく。バルブを開き、十分な時間が経過した後、気体 1 が容器 A、B を一様に満たし平衡に達した。次の (1)〜(3) の問いに答えよ。



(1) 平衡状態に達した時の気体 1 の温度と圧力はどのようになるか答えよ。

(2) 初期から平衡状態に達するまでの気体 1 の内部エネルギーの変化量を求めよ。

(3) 気体 1 の初期状態と平衡状態の間のエントロピーの差を求めよ。

問 3 問 2 と同じ装置を用いて、最初、バルブを閉めた状態で、容器 A に理想気体 1 を n_1 モル、容器 B に理想気体 2 を n_2 モル入れ、両者の温度 T と圧力 p を等しくする。バルブを開き、十分な時間が経過した後、気体 1、2 の混合気体が両容器を一様に満たし平衡状態に達した。気体 1、2 は反応しないものとして、次の (1)〜(4) の問いに答えよ。

(1) 平衡状態では、それぞれの気体が独立に容器 A、B 全体 $(V_1 + V_2)$ に広がったとみなして状態方程式が書けることを利用し、平衡状態での気体 1、気体 2 の分圧をそれぞれ求めよ。

(2) 平衡状態に達するまでに気体 1、気体 2 が行った仕事はそれぞれいくらか。

(3) 気体 1、気体 2 の、初期状態と平衡状態の間のエントロピーの差をそれぞれ求めよ。

(4) この過程は、可逆過程か、それとも不可逆過程か。簡潔な理由とともに答えよ。

問題10　力学（125点）

次の文を読み，以下の問い（**問１**、**問２**）に答えよ。

質量m_1の質点P_1、m_2の質点P_2が互いに力を及ぼしあいながらデカルト座標系(x, y)内を平面運動している場合を考える。この座標系は慣性系であるとする。P_1とP_2の位置をそれぞれ(x_1, y_1)及び(x_2, y_2)とし、P_1とP_2の距離をrとする。以下では、$r \neq 0$である場合に限ることにする。

問１　位置エネルギーがrの関数$V(r)$で与えられているとする。時間による1階微分を“·”、２階微分を“··”、$V(r)$のrによる導関数を“$V'(r)$”で表すことにする。

（１）　質点P_1とP_2それぞれの運動方程式を、x方向及びy方向について各々記せ（全部で4つの方程式を記すこと）。

（２）　質点P_1とP_2の相対座標を$x = x_1 - x_2$、$y = y_1 - y_2$、換算質量を$\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$で定義する。（１）で求めた４つの方程式から、次の２つの方程式が導出されることを証明せよ。

$$\mu \ddot{x} = -\frac{x}{r} V'(r) \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

$$\mu \ddot{y} = -\frac{y}{r} V'(r) \quad \cdot\cdot\cdot ②$$

（３）　相対運動の力学的エネルギー$E = \dfrac{\mu(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} + V(r)$が保存することを①、②を用いて証明せよ。

（４）　相対運動の角運動量$J = \mu(x\dot{y} - y\dot{x})$が保存することを①、②を用いて証明せよ。

（次ページに続く）

（５）　デカルト座標(x, y)を平面極座標(r, θ)で表すと、

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

となる。

（ア）相対運動の力学的エネルギーをμ、r、$\dot{r}$、θ、$\dot{\theta}$、$V(r)$の内から必要なものを用いて平面極座標で表せ。

（イ）相対運動の角運動量をμ、r、$\dot{r}$、θ、$\dot{\theta}$、$V(r)$の内から必要なものを用いて平面極座標で表せ。

問２　位置エネルギーが $V(r) = \dfrac{kr^2}{2}$ で与えられる場合を考える（kは正の定数）。時刻$t = 0$でのP_1とP_2の位置がそれぞれ$(x_0, 0)$及び$(0,0)$、速度がそれぞれ$(0, v_0)$及び$(0,0)$であったとしよう。ただし、$x_0 \neq 0$、$v_0 \neq 0$とする。

（１）相対運動の力学的エネルギーをμ、k、x_0、v_0の内から必要なものを用いて表せ。

（２）相対運動の角運動量をμ、k、x_0、v_0の内から必要なものを用いて表せ。

（３）時刻$t > 0$におけるrの最大値と最小値を求めよ。

問題 11 電磁気学 (125 点)

以下の文章を読み、問い (**問 1**～**問 3**) に答えよ。

問 1 極板の面積 S、極板間隔 d の平行板コンデンサーがある。極板間が真空のとき、このコンデンサーの静電容量を表す式を求めよ。解答用紙には答のみ記すのではなく、以下の式 (1)・(2) から出発して解答に到る計算も記せ。

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \tag{2}$$

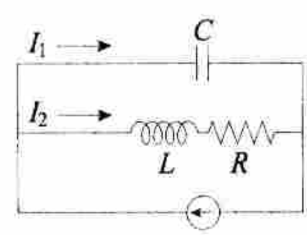
但しここに $\mathbf{E}$ は電場、$\mathbf{D}$ は電束密度、ρ は電荷密度、ε_0 は真空中の誘電率。

問 2 このコンデンサーの極板間に、異方性媒質を入れる。この異方性媒質は、磁場の存在下で電場 $\mathbf{E}$ をかけると、磁場に平行方向に z 軸を取ったとき、以下の式で表される分極ベクトル $\mathbf{P}$ を持つ:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \chi_A & 0 & 0 \\ 0 & \chi_A & 0 \\ 0 & 0 & \chi_B \end{pmatrix} \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \chi_A & 0 & 0 \\ 0 & \chi_A & 0 \\ 0 & 0 & \chi_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \tag{3}$$

今、一様磁場中にコンデンサーがあり、磁場とコンデンサー極板の間の角度は 45 度とする。このとき、この異方性媒質を入れたコンデンサーの静電容量を表す式を求めよ。解答用紙には答のみ記すのではなく、解答に到る計算も記せ。

問 3 図のような回路を考える。L はコイルの自己インダクタンス、R は抵抗、C はコンデンサーの静電容量、を表す。図の最下部に ⊖ で図示された電源は、振幅が一定の交流電流 $I_0 \cos(\omega t)$ (I_0 は定数、t は時間) を回路に流すように設定されているものとする。
このとき、以下の問に答えよ。



(a) 図示された電流 I_1、I_2 が満たすべき 2 つの式を記せ。

(b) その 2 つの式を解いて、回路の両端の電位差を表す式を求めよ。

(c) R が小さい ($R \ll \omega L$) とき、この回路は共振現象を示す。すなわち、ω のある値 ω_0 において回路の両端の電位差の振幅が極大になる。その ω_0 を表す式を求めよ。

(d) R が小さい ($R \ll \omega L$) とき、この回路の Q 値を求めよ。(Q 値とは、回路の両端の電位差の振幅が極大値の $1/\sqrt{2}$ 倍になったときの ω 値を ω_1、ω_2 としたとき、

$$Q = \frac{\omega_0}{|\omega_1 - \omega_2|} \tag{4}$$

で定義される値である。)

問題12　物理数学　(125点)

以下の問い（**問1～問3**）に答えよ。

問1　行列$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 6 & -3\end{pmatrix}$の固有値と固有ベクトルを求めよ。

問2　三次元直交直線座標系におけるベクトル場$\boldsymbol{A}$が，$\boldsymbol{A}=x^2y\,\boldsymbol{i}+xy^2\,\boldsymbol{j}+z\,\boldsymbol{k}$　で与えられているとき，div $\boldsymbol{A}$, rot $\boldsymbol{A}$, div(rot $\boldsymbol{A}$) を求めよ。ただし，x, y, z 方向の単位ベクトルをそれぞれ　$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$　とする。

問3　次の常微分方程式に関する (a)・(b)の問いに答えよ。

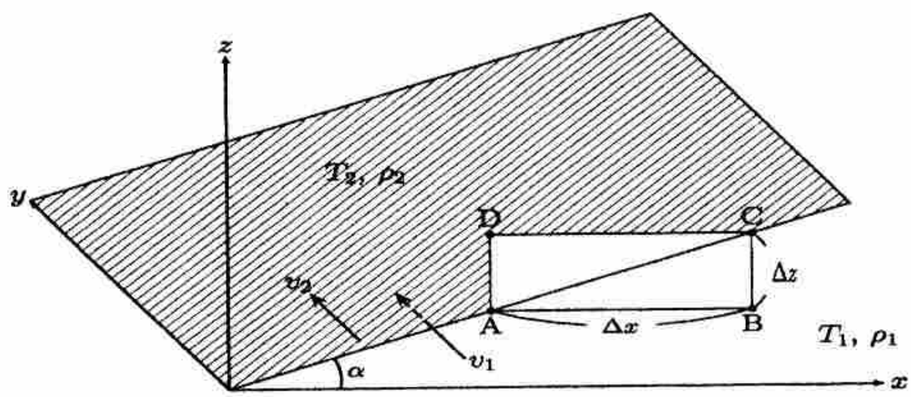
$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2}+5\frac{df(x)}{dx}+4f(x)=G(x)$$

(a) $G(x)=0$の場合，常微分方程式を解き，$f(x)$を求めよ。

(b) $G(x)=2x+5$の場合，常微分方程式を解き，$f(x)$を求めよ。

問題 13 大気科学 (125点)

前線の地表に対する傾きを，前線を挟む2つの気団の物理量で表現する公式を，下図に示す簡単な前線モデルを用いて求めよう。座標系は，前線に沿って y 軸，鉛直上方に z 軸をとり，x 軸は y 軸，z 軸と右手系をなすようにとる。前線面は地表に対して一定の角度 α をなすとする。xz 面内に矩形 ABCD を考え，AB 間の距離を Δx，BC 間の距離を Δz，点 A における気圧を p_A，点 B における気圧を p_B，点 C における気圧を p_C，点 D における気圧を p_D とする。気団 1(寒気団) における気温，密度，前線に平行な速度成分を T_1, ρ_1, v_1，気団 2(暖気団) における気温，密度，前線に平行な速度成分を T_2, ρ_2, v_2 とし，これらの物理量は各気団において一定とする。また，コリオリパラメターを f，重力加速度を g とする。以下の問い (**問 1**〜**問 5**) に答えよ。



前線の模式図

問 1 DC 間，および AB 間で成り立つ地衡風平衡式を差分形で書け。

問 2 DA 間，および CB 間において成り立つ静水圧平衡式を差分形で書け。

問 3 問1， 問2 で求めた4つの式を用いて，$\tan\alpha$ を $f, g, \rho_1, \rho_2, v_1, v_2$ で表す式を求めよ。

問 4 A 点において気団1と気団2に関する理想気体の状態方程式から密度 ρ_1, ρ_2 と気温 T_1, T_2 の間に成り立つ関係式を求めよ。問題で与えられた以外の記号を用いてよいが，記号の意味が分かるように示すこと。

問 5 問4で求めた式を問3で求めた式に適用して，$\tan\alpha$ を f, g, T_1, T_2, v_1, v_2 で表す式を求めよ。

問題14　固体地球物理学（125点）

以下の問い（**問1**、**問2**）に答えよ。

問1　次の文を読んで、下記の問い（(1)～(8)）に答えよ。

地球内部を弾性体と仮定し、その中にデカルト座標 (x_1, x_2, x_3) をとる。

以下では、時間による2階微分を（ $\ddot{}$ ）であらわす。また同一項に同じ添字があった場合は、次の例のように総和規約に従って扱うものとする。

（例：　$\partial\tau_{ij}/\partial x_j = \partial\tau_{i1}/\partial x_1 + \partial\tau_{i2}/\partial x_2 + \partial\tau_{i3}/\partial x_3$）

今、変位ベクトル $\mathbf{u}$ の i 成分を u_i と表すと、歪テンソル e_{ij} は

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i) \qquad (i, j = 1,2,3) \qquad ①$$

と表現できる。この歪テンソルと応力テンソル τ_{ij} とを関係づける式は

$$\tau_{ij} = c_{ijpq} e_{pq} \qquad (p, q = 1,2,3) \qquad ②$$

で表すことができるものとする。ここに示された係数 c_{ijpq} は地球内部を構成する媒質の性質によって異なるが、（　ア　）である場合にはラーメ（またはラメ）の定数

λ と μ を使って

$$c_{ijpq} = \lambda \cdot \delta_{ij}\delta_{pq} + \mu \cdot (\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}) \qquad ③$$

のように表すことができる。　ただし、δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

一般的に、i 成分の外力 f_i がある場合の弾性体の運動方程式は次式で与えられる。

$$\rho\ddot{u}_i = f_i + \partial\tau_{ij}/\partial x_j \qquad (\ \rho \text{は弾性体の密度}\ ) \qquad ④$$

(1) ②式で与えられる法則は何と呼ばれているか、法則名を答えよ。

(2) ②式の係数 c_{ijpq} は何と呼ばれているか、名称を答えよ。

（次ページに続く）

（問題14の続き）

(3) ラーメ（またはラメ）の定数のμは別名何と呼ばれているか、名称を答えよ。

(4) 本文の(　ア　)にあてはまる用語を答えよ。

(5) 地球内部を④式で表した時の外力の例を1つあげよ。

(6) $\theta \equiv \partial u_j / \partial x_j$　⑤　とおくと、

$\theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$とも表現できる。　但し$\nabla$はナブラ記号である。
この θ は、物理的には何を表しているか答えよ。

(7) 媒質が均質である場合、式①～⑤ を使って次の運動方程式を導け。

$$\rho \ddot{u}_i = f_i + (\lambda + \mu)\partial\theta / \partial x_i + \mu \partial^2 u_i / \partial x_j \partial x_j \qquad ⑥$$

(8) ⑥式をベクトル表示にして、次の運動方程式を得た。

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\quad イ \quad)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\quad ウ \quad)\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) + \mathbf{f} \qquad ⑦$$

この式の2つの係数部分（イ）と（ウ）を、λとμまたはどちらかを使って表せ。
また、⑦式を導く途中の式も示せ。
但し、ベクトルの一般的性質$\nabla^2 \mathbf{v} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{v})$を使っても良い。

問2　固体地球物理学で使われる次の用語を説明せよ。
なお、(3)については図を描いて説明せよ。
(1) ブーゲー補正とブーゲー異常
(2) オイラー極
(3) ダブル・カップル

問題15　宇宙空間物理学（125点）

後のA. B. C.の文章を読み、以下の問い（**問1～問4**）に答えよ。

問1　（ ① ）～（ ⑤ ）に適当な語句を入れよ。
問2　[1]～[9]に当てはまる数式を書け。
問3　イオンと電子の軌跡を描き、図3と図5を完成させよ。
問4　B.およびC.の文章と最も関連のある事項は、それぞれ次のどれか。
　太陽風加速、磁気圏対流、地磁気脈動
　環電流、沿磁力線電流、ホール電流

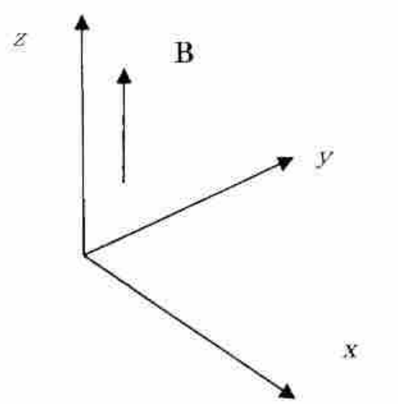


図1

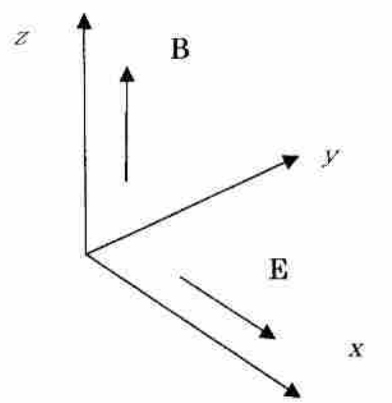


図2

A.　図1のような座標系で、z軸方向に一様な磁束密度$\mathbf{B}$が存在する時、電荷q（イオンは+e、電子は-e)、質量mの荷電粒子の速度$\mathrm{v}=(v_x, v_y, v_z)$に対する運動方程式は、

$$m\frac{d}{dt}v_x = q(v_y \cdot B) \quad (1), \qquad m\frac{d}{dt}v_y = q(-v_x \cdot B) \quad (2), \qquad m\frac{d}{dt}v_z = 0 \quad (3)$$

となる。(3) 式からz方向は（ ① ）運動となることが分かる。またv_xは

$$\frac{d^2}{dt^2}v_x = -[1]v_x \quad (4),\quad より\quad v_x = A\sin(\omega t + \theta_0),\ \omega = [2] \quad (5)$$

となり、v_yは

$$v_y = \frac{1}{B}\left(\frac{m}{q}\frac{d}{dt}v_x\right) = A\cos(\omega t + \theta_0) \quad (6)$$

となるので、これは（ ② ）運動を表す。ここでA, θ_0は任意定数、ωは（ ② ）角周波数である。粒子の$x\ y$面での速度を$v_\perp$とすると、（ ② ）半径rは

$$r = \frac{[3]}{|q|B} \quad (7)$$

となる。
B.　次に図2のようにz方向の磁束密度$\mathbf{B}$に加え、x方向に一様な電場$\mathbf{E}$が存在する時は運動方程式は

$$m\frac{d}{dt}v_x = [4] \quad (8), \quad m\frac{d}{dt}v_y = q(-v_x \cdot B) \quad (9), \quad m\frac{d}{dt}v_z = 0 \quad (10)$$

(次ページに続く)

となり、これから v_x は

$$\frac{d^2}{dt^2}v_x = -[\ 1\ ]v_x \qquad (11),\ \text{より}\ v_x = A\sin(\omega t+\theta_0),\ \omega = [\ 2\ ] \qquad (12)$$

また v_y は

$$v_y = [\ 5\ ] \qquad (13)$$

となり、これは（ ② ）運動にドリフト運動が加わった運動を表す。このドリフト速度で動く系へ座標変換を行うと、電場は（ ③ ）となる。(12)と(13)の速度を積分して、粒子の軌跡は

$$x = -\frac{A}{\omega}\cos(\omega t+\theta_0)+x_0, \quad y = [\ 6\ ]+y_0 \qquad (14)$$

となる。ただし、x_0, y_0 は定数である。この軌跡をイオンと電子に対して図に示すと図３のようになり、イオンと電子は（ ④ ）方向にドリフトする。

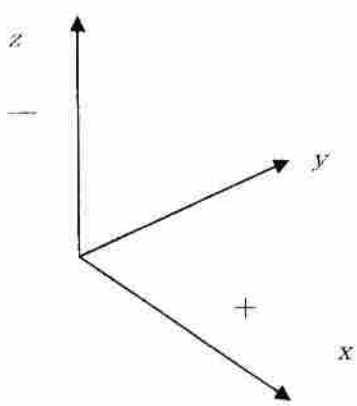


図３

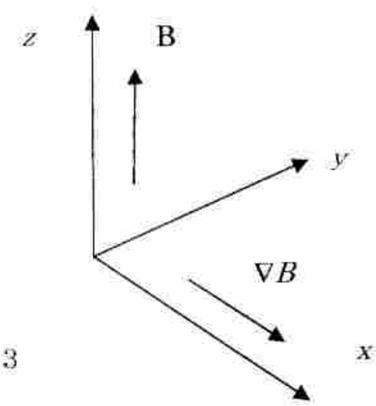


図４

C. 次に、図４のように **E** はゼロで、x 方向に磁束密度の大きさの小さな勾配 $\nabla_x B$（$B=B_0+\nabla_x B\cdot x$）がある時、**v** を（ ② ）運動、△**v** をそれからのずれ（１次微小量）とすると、運動方程式は

$$m\frac{d}{dt}(v_x+\Delta v_x) = q(v_y+\Delta v_y)\cdot(B_0+\nabla_x B\cdot x) \qquad (15)$$

$$m\frac{d}{dt}(v_y+\Delta v_y) = -q(v_x+\Delta v_x)\cdot(B_0+\nabla_x B\cdot x) \qquad (16)$$

$$m\frac{d}{dt}v_z = 0 \qquad (17)$$

となる。f の（ ② ）周期 τ に亘る平均を

$$\overline{f} = \frac{1}{\tau}\int f dt \qquad (18)$$

とすると、**v** に関しては(1)(2)(3)式が成立し、勾配は小さいので２次の微小量が省略でき、また $\overline{\Delta v}$ は一定（$d/dt=0$）となるので、(15)(16)式全体の平均を計算すると

$$0 = q(\overline{\Delta v_y}\cdot B_0 + \overline{[\ 7\ ]}) \quad (19), \qquad 0 = -q(\overline{\Delta v_x}\cdot B_0 + \overline{(v_x\cdot\nabla_x B\cdot x)}) \qquad (20)$$

が得られる。(20)式から

（次ページに続く）

$$\overline{\Delta v_x} = [\ 8\ ] \tag{21}$$

また(19)式と(7)式の r を用いると

$$\overline{\Delta v_y} = -\frac{\nabla_x B}{\tau B_0}\int v_y x dt = -\frac{\nabla_x B}{\tau B_0}\int x dy = \pm\frac{\nabla_x B}{B_0}\frac{[\ 9\ ]}{|q| B_0} \tag{22}$$

となる。ここで＋はイオン、－は電子の場合。これも（　②　）運動にドリフト運動が加わった運動を表し、イオンと電子の軌跡は図５に示すようになる。図５ではイオンと電子のドリフト方向は（　⑤　）になっている。

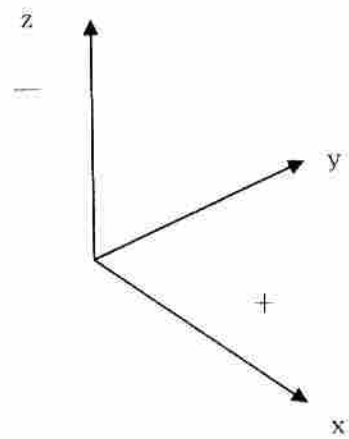


図５