

問題9 物理数学 (100点)

以下の問1～問5に答えよ。解答用紙には計算の途中経過も書くこと。

問1 次の関数  $f(x)$  のフーリエ変換,  $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$ , を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

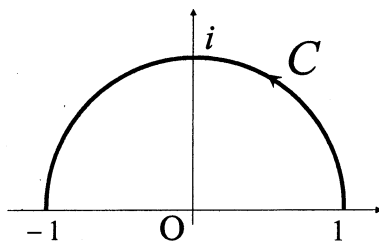
問2 以下の行列  $A$  の行列式を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

問3 右の複素積分  $I$  を求めよ。

$$I = \int_C |z| dz$$

ただし、積分路  $C$  は図のように単位円  $|z|=1$  の上半部、反時計周りとする。



$z$  平面

問4  $x$  の関数  $y(x)$  に関する以下の微分方程式を解け。ただし、 $a$  と  $b$  は定数とし、 $a \neq 0$  とする。

$$\frac{dy}{dx} + ay = b$$

$$\text{境界条件: } y(0) = \frac{2b}{a}$$

問5 位置ベクトルを  $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$  と表し、 $r = |\vec{r}|$  とする。任意のスカラー関数  $f(r)$  について  $\nabla \times [\vec{r} f(r)]$  を計算せよ。