

問題7 力学(100点)

以下の問い(問1～問3)に答えよ。なお、解答欄には途中経過も記すこと。

- 問1 一定の加速度 a で鉛直に上昇するエレベータの中での運動について考える。エレベータの中で、質点を床から高さ h の所から、初速度 0 で落下させた場合、床に到達するまでの時間を求めよ。ただし、質点には鉛直下方に加速度 g の重力が働くものとし、空気抵抗は無視できるものとする。
- 問2 外半径 a 、内半径 b の中が空洞になっている円盤(中空円盤)の、円盤の中心を通り円盤に垂直な軸の周りの慣性モーメントを求めよ。ただし、中空円盤の質量は M とし、中空円盤内の単位面積当たりの質量は一定とする。
- 問3 球形の雨滴が、静止している霧のなかを鉛直に落下しながら、霧の付着により成長する場合の雨滴の運動について考える。霧は雨滴の表面積に比例して付着するとする。時刻 $t = 0$ における雨滴の半径を r_0 、落下速度を v_0 とするとき、以下の数式 [A]～[G] を埋め、文章を完成させよ。ただし、 dm, dr, dt, dv, dP は微小量であるとする。

時刻 t における雨滴の質量を m 、半径を r 、水の密度を ρ (一定) とすると、

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \text{ より、 } dm = [A] dr \quad - (1)$$

ここでは、簡単のため、単位時間に単位表面積当たり質量 a の割合で霧が付着し、雨滴が成長すると仮定する。このとき、雨滴の質量変化は、

$$dm = [B] dt \quad - (2)$$

となる。(1),(2)より dm を消去すると、

$$dr = [C] dt \quad - (3)$$

なので、時刻 t における雨滴の半径 r は、

$$r = [D] \quad - (4)$$

となる。

ここで、鉛直下方を x 軸の正の向きにとり、雨滴の時刻 t における速度を v とする。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視できるものとし、雨滴に働く外力は重力のみであると仮定する。このときの雨滴の運動方程

(次ページに続く)