

(問題 8 の続き)

問 3 真空中でかつ電荷も電荷による電流もない場合の Maxwell の方程式 (微分形) を書け。さらに, Maxwell の方程式から磁場を消去し, 真空中を伝わる電磁波の電場が満たすべき方程式を求めよ。ただし, 結果だけでなく, どのような式変形をしたのかがわかるように記すこと。物理量の記号として, 電場には \mathbf{E} を, 磁場 (磁束密度) には \mathbf{B} を, 真空中の誘電率には ϵ_0 を, 真空中の透磁率には μ_0 を用いよ。それ以外の記号を用いる場合はきちんと定義すること。また, 必要に応じて以下の公式を用いてよい。

(参考) \mathbf{C}, \mathbf{D} を任意のベクトル関数, ϕ, ψ を任意のスカラー関数とするとき, 以下の関係が成り立つ。

$$\nabla(\phi\psi) = \phi(\nabla\psi) + \psi(\nabla\phi)$$

$$\nabla \cdot (\phi\mathbf{C}) = \phi(\nabla \cdot \mathbf{C}) + \mathbf{C} \cdot (\nabla\phi)$$

$$\nabla \times (\phi\mathbf{C}) = \phi(\nabla \times \mathbf{C}) + (\nabla\phi) \times \mathbf{C}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = \mathbf{D} \cdot (\nabla \times \mathbf{C}) - \mathbf{C} \cdot (\nabla \times \mathbf{D})$$

$$\nabla(\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}) = (\mathbf{C} \cdot \nabla)\mathbf{D} + (\mathbf{D} \cdot \nabla)\mathbf{C} + \mathbf{C} \times (\nabla \times \mathbf{D}) + \mathbf{D} \times (\nabla \times \mathbf{C})$$

$$\nabla \times (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = \mathbf{C}(\nabla \cdot \mathbf{D}) + (\mathbf{D} \cdot \nabla)\mathbf{C} - \mathbf{D}(\nabla \cdot \mathbf{C}) - (\mathbf{C} \cdot \nabla)\mathbf{D}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{C}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{C}) - \nabla^2 \mathbf{C}$$

問 4 3次元空間に直交座標系 (x, y, z) を導入する。 $x \geq 0$ において z 軸方向に向く磁束密度 \mathbf{B} の一様磁場がある。また, $x < 0$ では磁場はない。いま, 質量が m で負の電荷 $-q$ ($q > 0$) をもつ粒子を, $x-y$ 面内において原点に向けて速さ v で磁場に入射させる (下図参照)。図のように, 入射粒子の速度と $-y$ 方向の角度が 30° をなすとき, $x-y$ 面内において粒子はどのような運動をするか, その軌跡を描け (途中の計算などは示さなくてよい)。解答の図には, 軌跡が一意に定まるように, 特徴となる点の座標値を示しかつ簡単な説明をつけること。

