

問題8 電磁気学 (100点)

以下の問い(問1~問4)に答えよ。

問1 真空中のマクスウェル方程式 (a) 電場についてのガウスの法則, (b) 磁場についてのガウスの法則, (c) ファラデーの電磁誘導の法則, (d) アンペール-マクスウェルの法則) を微分形で記せ。ただし, 電場ベクトルは \mathbf{E} , 磁束密度ベクトルは \mathbf{B} , 電荷密度は ρ , 電流密度ベクトルは \mathbf{j} , 真空中の誘電率は ϵ_0 , 真空中の透磁率は μ_0 , とする。

問2 次の文章を読んで, 設問 (1)~(3) に答えよ。解答用紙には答だけでなく答に至る計算経過も記せ。

2つの導体球殻 A, B を考える。A の半径は a , B の半径は b ($a < b$) とする。A と B の中心は同じ位置にあるものとする。球殻の厚さは, A, B とともに, 無視出来る程薄いものとする。

球の中心位置に点電荷 q_0 があり, 球殻上の電荷分布は A, B とともに球対称とする。A 上の電荷の総和は Q , B 上の電荷の総和はゼロ, とする。

A と B の間は誘電率 ϵ の誘電体で満たされ, 他は真空である。また, この誘電体は, $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ の関係式を満たす (\mathbf{D} は電束密度ベクトル, \mathbf{E} は電場ベクトル)。

- (1) 物質中の電場についてのガウスの法則を使い, 電束密度 \mathbf{D} の動径方向成分 D_r を, 球の中心からの距離 r の関数 $D_r(r)$ として求めよ。
- (2) 電場 \mathbf{E} の動径方向成分 E_r を, r の関数 $E_r(r)$ として求めよ。
- (3) A, B の電位 ϕ_A, ϕ_B を求めよ。ただし, 無限遠で電位ゼロ, とする。

問3 次の文章を読んで, 設問 (1)~(4) に答えよ。解答用紙には答だけでなく答に至る計算経過も記せ。

面積 S , 間隔 d の2枚の平行な電極板の間を, 電解質溶液で満たした。この電解質溶液は電気伝導度 σ (定数) を持ち, 外部から電場 \mathbf{E} が加わった場合には「電場に平行で, 電場の大きさに関わらず大きさ一定」の分極ベクトル \mathbf{P} を持つものとする。この電極に電池をつないだとき, 電流 I が流れた。

このとき, 以下の物理量 (1)~(4) を, $S, d, \sigma, P, I, \epsilon_0$ のうち必要なものを用いて表せ。ただし, P は \mathbf{P} の絶対値, ϵ_0 は真空中の誘電率, とする。

- (1) 電解質溶液中の電流密度の大きさ j
- (2) 電解質溶液中の電場の大きさ E
- (3) 電極板間の抵抗 R
- (4) 正の電荷がたまっている電極板上の, 分極電荷を除いた総電荷量 Q

(次ページに続く)