

(問題5の続き)

問2 1成分1相系の断熱曲線に関する以下の設問(1)～(5)に答えよ。

(1) 内部エネルギー  $U$  の全微分の式が

$$dU = TdS - PdV$$

であることを用いて、ギブスの自由エネルギー  $G$  の全微分の式が

$$dG = -SdT + VdP \quad (i)$$

となることを示せ。ここで、 $T$  は絶対温度、 $S$  はエントロピー、 $P$  は圧力、 $V$  は体積である。

(2)  $G$  の全微分の式 (i) から Maxwell の関係式のひとつ

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

が導かれることを説明せよ。

(3) 定圧熱容量  $C_P$  の定義を説明し、その定義から

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P$$

が導かれることを説明せよ。

(4)  $(T, P)$  面上での断熱曲線は、エントロピー  $S$  が一定となるときの  $T$  と  $P$  の関係である。それを表す微分方程式が

$$\frac{dP}{dT} = -\frac{(\partial S/\partial T)_P}{(\partial S/\partial P)_T} = \frac{C_P}{\alpha TV}$$

となることを説明せよ。

なお、熱膨張率  $\alpha$  は

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

と定義される。

(5) 理想気体の場合に、 $\alpha$  と  $V$  を  $T$  と  $P$  の関数として表すことから、断熱曲線の傾き  $dP/dT$  を  $P$ ,  $T$ ,  $n$ ,  $R$ ,  $C_P$  を用いて表せ。ただし、 $n$  は気体のモル数、 $R$  は気体定数とする。