

(問題5の続き)

問2 1成分1相系の断熱曲線に関する以下の設問(1)～(5)に答えよ。

(1) 内部エネルギー U の全微分の式が

$$dU = TdS - PdV$$

であることを用いて、ギブスの自由エネルギー G の全微分の式が

$$dG = -SdT + VdP \quad (i)$$

となることを示せ。ここで、 T は絶対温度、 S はエントロピー、 P は圧力、 V は体積である。

(2) G の全微分の式 (i) から Maxwell の関係式のひとつ

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

が導かれることを説明せよ。

(3) 定圧熱容量 C_P の定義を説明し、その定義から

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P$$

が導かれることを説明せよ。

(4) (T, P) 面上での断熱曲線は、エントロピー S が一定となるときの T と P の関係である。それを表す微分方程式が

$$\frac{dP}{dT} = -\frac{(\partial S/\partial T)_P}{(\partial S/\partial P)_T} = \frac{C_P}{\alpha TV}$$

となることを説明せよ。

なお、熱膨張率 α は

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

と定義される。

(5) 理想気体の場合に、 α と V を T と P の関数として表すことから、断熱曲線の傾き dP/dT を P , T , n , R , C_P を用いて表せ。ただし、 n は気体のモル数、 R は気体定数とする。